ТЕОРЕМА НА ЛЬОВЕНХАЙМ-СКУЛЕМ ЗА ПРЕДИКАТНОТО СМЯТАНЕ С РАВЕНСТВО

И тук ще предполагаме, че е налице символ eq в Π_2.

Теорема на Льовенхайм-Скулем за предикатното смятане с равенство. Нека *M* е множество от затворени формули, което е изпълнимо в предикатното смятане с равенство. Тогава *M* притежава модел в предикатното смятане с равенство, на който носителят е краен или изброим.

Доказателство. Нека *E* да бъде някое представително множество от аксиоми на равенството. Тогава обединението $M \cup E$ е изпълнимо в общото предикатно смятане. Оттук по теоремата на Льовенхайм-Скулем за общото предикатно смятане следва, че споменатото обединение има някакъв модел $S=(C,I)$ в общото предикатно смятане, на който носителят *C* е изброим. Тогава теорема 3 от въпроса за конгруентности и факторизация позволява да се построи нормална структура $S^\bullet$, която е фактор-структура на *S* относно подходяща конгруентност *R* в *S* и в която са верни същите затворени формули както в *S*. Ясно е, че $S^\bullet$ е модел на *M* в предикатното смятане с равенство. Избирайки по един елемент от всеки от класовете на еквивалентност, съставляващи носителя C/R на $S^\bullet$, получаваме подмножество на *C*, равномощно с C/R, и това показва, че множеството C/R е крайно или изброимо.

Забележка. С помощта на примери може да се покаже, че в заключението на току-що доказаната теорема не е възможно да се изключи никоя от двете възможности - носителят да е краен или да е изброим.

Последно изменение: 26.07.1999 г.