вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
1					
Име:					

Устен изпит по Изчислимост & сложност, 15.02.19

Зад. 1. Нека f_1, f_2 и f_3 са произволни частични функции, а P и Q са предикати, всички на n аргумента.

а) Нека за P и Q е изпълнено, че $P(\bar{x}) \wedge Q(\bar{x})$ не е вярно за никое $\bar{x} \in \mathbb{N}^n$. Да означим с g функцията, определена по следния начин:

$$g(\bar{x}) \simeq \begin{cases} f_1(\bar{x}) & \text{ако } P(\bar{x}) \\ f_2(\bar{x}) & \text{ако } Q(\bar{x}) \\ f_3(\bar{x}) & \text{в останалите случаи.} \end{cases}$$

Докажете, че ако f_1, f_2, f_3, P и Q са примитивно рекурсивни, то g също е примитивно рекурсивна.

б) Нека h е следната функция:

$$\begin{aligned} h(\bar{x}) = \texttt{if } P(\bar{x}) \ \texttt{ then } f_1(\bar{x}) \\ \texttt{else if } Q(\bar{x}) \ \texttt{ then } f_2(\bar{x}) \\ \texttt{else } f_3(\bar{x}) \end{aligned}$$

Докажете, че ако f_1, f_2, f_3, P и Q са примитивно рекурсивни, то и h е примитивно рекурсивна.

Зад. 2. Нека f е едноместна тотална функция. Да дефинираме $\widehat{f}$ — *историята* на f — по следния начин: $\widehat{f}(x) = p_0^{f(0)} \dots p_x^{f(x)}$.

а) Докажете, че f е примитивно рекурсивна тогава и само тогава, когато $\widehat{f}$ е примитивно рекурсивна.

б) Нека за f е дадено, че съществува функция F, такава че $f(x+1) = F(x, \widehat{f}(x))$ за всяко $x \in \mathbb{N}$.

Докажете, че ако F е примитивно рекурсивна, то и f е примитивно рекурсивна.

Зад. 3. а) Дефинирайте полуразрешимост на множество $A \subseteq \mathbb{N}$. Напишете максимално много еквивалнтни определения на това понятие.

б) Докажете, че ако подмножествата A и B на $\mathbb{N}$ са полуразрешими, то и $A \cap B$ и $A \cup B$ са такива.

в) Докажете, че операциите сечение и обединение са ефективни, т.е. съществуват рекурсивни функции *cap* и *cup*, такива че: $W_{cap(a,b)} = W_a \cap W_b$ и $W_{cup(a,b)} = W_a \cup W_b$.

Успех! ◡̈

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
2					
Име:					

Устен изпит по Изчислимост & сложност, 15.02.19

Зад. 1. Нека f_1, f_2 и f_3 са произволни частични функции, а P и Q са предикати, всички на n аргумента.

а) Нека за P и Q е изпълнено, че $P(\bar{x}) \wedge Q(\bar{x})$ не е вярно за никое $\bar{x} \in \mathbb{N}^n$. Да означим с g функцията, определена по следния начин:

$$g(\bar{x}) \simeq \begin{cases} f_1(\bar{x}) & \text{ако } P(\bar{x}) \\ f_2(\bar{x}) & \text{ако } Q(\bar{x}) \\ f_3(\bar{x}) & \text{в останалите случаи.} \end{cases}$$

Докажете, че ако f_1, f_2, f_3, P и Q са примитивно рекурсивни, то g също е примитивно рекурсивна.

б) Нека h е следната функция:

$$\begin{aligned} h(\bar{x}) = \texttt{if } P(\bar{x}) \ \texttt{ then } f_1(\bar{x}) \\ \texttt{else if } Q(\bar{x}) \ \texttt{ then } f_2(\bar{x}) \\ \texttt{else } f_3(\bar{x}) \end{aligned}$$

Докажете, че ако f_1, f_2, f_3, P и Q са примитивно рекурсивни, то и h е примитивно рекурсивна.

Зад. 2. Нека f е едноместна тотална функция. Да дефинираме $\widehat{f}$ — *историята* на f — по следния начин: $\widehat{f}(x) = p_0^{f(0)} \dots p_x^{f(x)}$.

а) Докажете, че f е примитивно рекурсивна тогава и само тогава, когато $\widehat{f}$ е примитивно рекурсивна.

б) Нека за f е дадено, че съществува функция F, такава че $f(x+1) = F(x, \widehat{f}(x))$ за всяко $x \in \mathbb{N}$.

Докажете, че ако F е примитивно рекурсивна, то и f е примитивно рекурсивна.

Зад. 3. а) Дефинирайте полуразрешимост на множество $A \subseteq \mathbb{N}$. Напишете максимално много еквивалнтни определения на това понятие.

б) Докажете, че ако подмножествата A и B на $\mathbb{N}$ са полуразрешими, то и $A \cap B$ и $A \cup B$ са такива.

в) Докажете, че операциите сечение и обединение са ефективни, т.е. съществуват рекурсивни функции *cap* и *cup*, такива че: $W_{cap(a,b)} = W_a \cap W_b$ и $W_{cup(a,b)} = W_a \cup W_b$.

Успех! ◡̈

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
1					
Име:					

Устен изпит по Изчислимост & сложност, 15.02.19

Зад. 1. Нека f_1, f_2 и f_3 са произволни частични функции, а P и Q са предикати, всички на n аргумента.

а) Нека за P и Q е изпълнено, че $P(\bar{x}) \wedge Q(\bar{x})$ не е вярно за никое $\bar{x} \in \mathbb{N}^n$. Да означим с g функцията, определена по следния начин:

$$g(\bar{x}) \simeq \begin{cases} f_1(\bar{x}) & \text{ако } P(\bar{x}) \\ f_2(\bar{x}) & \text{ако } Q(\bar{x}) \\ f_3(\bar{x}) & \text{в останалите случаи.} \end{cases}$$

Докажете, че ако f_1, f_2, f_3, P и Q са примитивно рекурсивни, то g също е примитивно рекурсивна.

б) Нека h е следната функция:

$$\begin{aligned} h(\bar{x}) = \texttt{if } P(\bar{x}) \ \texttt{ then } f_1(\bar{x}) \\ \texttt{else if } Q(\bar{x}) \ \texttt{ then } f_2(\bar{x}) \\ \texttt{else } f_3(\bar{x}) \end{aligned}$$

Докажете, че ако f_1, f_2, f_3, P и Q са примитивно рекурсивни, то и h е примитивно рекурсивна.

Зад. 2. Нека f е едноместна тотална функция. Да дефинираме $\widehat{f}$ — *историята* на f — по следния начин: $\widehat{f}(x) = p_0^{f(0)} \dots p_x^{f(x)}$.

а) Докажете, че f е примитивно рекурсивна тогава и само тогава, когато $\widehat{f}$ е примитивно рекурсивна.

б) Нека за f е дадено, че съществува функция F, такава че $f(x+1) = F(x, \widehat{f}(x))$ за всяко $x \in \mathbb{N}$.

Докажете, че ако F е примитивно рекурсивна, то и f е примитивно рекурсивна.

Зад. 3. а) Дефинирайте полуразрешимост на множество $A \subseteq \mathbb{N}$. Напишете максимално много еквивалнтни определения на това понятие.

б) Докажете, че ако подмножествата A и B на $\mathbb{N}$ са полуразрешими, то и $A \cap B$ и $A \cup B$ са такива.

в) Докажете, че операциите сечение и обединение са ефективни, т.е. съществуват рекурсивни функции *cap* и *cup*, такива че: $W_{cap(a,b)} = W_a \cap W_b$ и $W_{cup(a,b)} = W_a \cup W_b$.

Успех! ◡̈

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
2					
Име:					

Устен изпит по Изчислимост & сложност, 15.02.19

Зад. 1. Нека f_1, f_2 и f_3 са произволни частични функции, а P и Q са предикати, всички на n аргумента.

а) Нека за P и Q е изпълнено, че $P(\bar{x}) \wedge Q(\bar{x})$ не е вярно за никое $\bar{x} \in \mathbb{N}^n$. Да означим с g функцията, определена по следния начин:

$$g(\bar{x}) \simeq \begin{cases} f_1(\bar{x}) & \text{ако } P(\bar{x}) \\ f_2(\bar{x}) & \text{ако } Q(\bar{x}) \\ f_3(\bar{x}) & \text{в останалите случаи.} \end{cases}$$

Докажете, че ако f_1, f_2, f_3, P и Q са примитивно рекурсивни, то g също е примитивно рекурсивна.

б) Нека h е следната функция:

$$\begin{aligned} h(\bar{x}) = \texttt{if } P(\bar{x}) \ \texttt{ then } f_1(\bar{x}) \\ \texttt{else if } Q(\bar{x}) \ \texttt{ then } f_2(\bar{x}) \\ \texttt{else } f_3(\bar{x}) \end{aligned}$$

Докажете, че ако f_1, f_2, f_3, P и Q са примитивно рекурсивни, то и h е примитивно рекурсивна.

Зад. 2. Нека f е едноместна тотална функция. Да дефинираме $\widehat{f}$ — *историята* на f — по следния начин: $\widehat{f}(x) = p_0^{f(0)} \dots p_x^{f(x)}$.

а) Докажете, че f е примитивно рекурсивна тогава и само тогава, когато $\widehat{f}$ е примитивно рекурсивна.

б) Нека за f е дадено, че съществува функция F, такава че $f(x+1) = F(x, \widehat{f}(x))$ за всяко $x \in \mathbb{N}$.

Докажете, че ако F е примитивно рекурсивна, то и f е примитивно рекурсивна.

Зад. 3. а) Дефинирайте полуразрешимост на множество $A \subseteq \mathbb{N}$. Напишете максимално много еквивалнтни определения на това понятие.

б) Докажете, че ако подмножествата A и B на $\mathbb{N}$ са полуразрешими, то и $A \cap B$ и $A \cup B$ са такива.

в) Докажете, че операциите сечение и обединение са ефективни, т.е. съществуват рекурсивни функции *cap* и *cup*, такива че: $W_{cap(a,b)} = W_a \cap W_b$ и $W_{cup(a,b)} = W_a \cup W_b$.

Успех! ◡̈