

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
1					
Име:					

Писмен изпит по Изчислимост и сложност, 11.02.23

Зад. 1. Докажете, че следните функции и предикати са примитивно рекурсивни:

$$a) \quad f(x, y) = \begin{cases} \text{НОК}(x, y), & \text{ако } x > 0 \ \& \ y > 0 \\ 0, & \text{в противен случай;} \end{cases}$$

$$б) \quad g(x, y) = \begin{cases} \text{НОД}(x, y), & \text{ако } x > 0 \ \& \ y > 0 \\ 0, & \text{в противен случай;} \end{cases}$$

$$в) \quad p(x, y) \iff x > 0 \ \& \ y > 0 \ \& \ x \text{ и } y \text{ са взаимно прости.}$$

Зад. 2. Докажете, че проблемът " φ_a е полином?"

а) не е разрешим; б) не е полуразрешим.

Зад. 3. Нека $A \subseteq \mathbb{N}$ и $B \subseteq \mathbb{N}$ са непресичащи се и полуразрешими множества, а $C \subseteq \mathbb{N}$ е разрешимо, като $A \subseteq C \subseteq A \cup B$. Докажете, че A е разрешимо.

Зад. 4. Докажете, че са полуразрешими множествата:

а) $A = \{ x \mid f(x) \text{ е точен квадрат} \}$, където f е фиксирана изчислима функция;

б) $B = \{ (a, x) \mid x^2 \in \text{Range}(\varphi_{2a}) \}$.

Успех! 😊

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
2					
Име:					

Писмен изпит по Изчислимост и сложност, 11.02.23

Зад. 1. Докажете, че следните функции и предикати са примитивно рекурсивни:

$$a) \quad p(x, y) \iff y > x \ \& \ y \text{ е кратно на } 7;$$

$$б) \quad f(x) = \text{първото } y > x, \text{ което е кратно на } 7;$$

$$в) \quad q(x) \iff x > 0 \ \& \ x \text{ е съвършено число.}$$

Забележка. Числото x е съвършено, ако е равно на сумата от делителите си.

Зад. 2. Докажете, че проблемът " φ_a е линейна функция?"

а) не е разрешим;

б) не е полуразрешим.

Зад. 3. Нека f е едноместна обратима и изчислима функция, такава че $\text{Range}(f)$ е разрешимо множество. Докажете, че ако $A \subseteq \mathbb{N}$ е разрешимо, то и $f(A)$ е разрешимо.

Зад. 4. Докажете, че са полуразрешими множествата:

а) $A = \{ (x, y) \mid f(x) \text{ е точна степен на } y \}$, където f е фиксирана изчислима функция;

б) $B = \{ (a, x) \mid 2x \in \text{Range}(\varphi_{a2}) \}$.

Успех! 😊