вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
Име:					

Устен изпит по Изчислимост и сложност, 14.02.2023

Зад. 1. а) Дайте дефиниция за кодиране на $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$.

б) Посочете поне 3 примера за кодирания на $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ (с обосновката, разбира се).

в) Докажете, че стандартното кодиране $\Pi(x, y)$ от лекциите е сюрективно.

г) Дефинирайте обратните функции L и R на горното кодиране и докажете, че те са примитивно рекурсивни.

д) Дефинирайте кодирането на $\mathbb{N}^3$ от лекциите и докажете, че обратните му функции са примитивно рекурсивни.

Зад. 2. Дадени са тоталните функции $f_1 \in \mathcal{F}_1$, $f_2 \in \mathcal{F}_1$, $g_1 \in \mathcal{F}_4$ и $g_2 \in \mathcal{F}_4$. Нека функциите h_1 и h_2 удовлетворяват условията:

$$\left| \begin{array}{l} h_1(x, 0) = f_1(x) \\ h_1(x, y+1) = g_1(x, y, h_1(x, y), h_2(x, y)); \end{array} \right.$$

$$\left| \begin{array}{l} h_2(x, 0) = f_2(x) \\ h_2(x, y+1) = g_2(x, y, h_1(x, y), h_2(x, y)). \end{array} \right.$$

а) Докажете, че съществуват единствени функции h_1 и h_2, които изпълняват тези условия.

б) Докажете, че ако f_1, f_2, g_1 и g_2 са примитивно рекурсивни, то и h_1 и h_2 са такива.

Зад. 3. а) Докажете, че една тотална функция $f \in \mathcal{F}_1$ е рекурсивна тогава и само тогава, когато нейната графика е разрешимо множество.

б) Докажете, че ако рекурсивната функция $f \in \mathcal{F}_1$ е обратима и има рекурсивно множество от стойности, то обратната ѝ функция f^{-1} е потенциално рекурсивна, т.е. може да се продължи до рекурсивна функция.

в) Една функция $f \in \mathcal{F}_1$ е изчислима тогава и само тогава, когато графиката ѝ е полуразрешимо множество. Вярна ли е тази еквивалентност? Докажете тези посоки от нея, които според вас са верни.

Честит празник!