

вариант	факултетен номер	група	поток	курс	специалност
<b>1</b>					
Име:					

Контролно по Дискретни Структури

17/01/2018 г.

Оцекната се образува по следния начин: 2 + бр. точки.  
 $\mathbb{N}$  е множеството на естествените числа, включително 0.  
Наредени двойки бележим с ъглови скоби, напр.  $\langle a, b \rangle$ .

**Зад. 1.** Нека  $A, B, C$  и  $D$  са произволни множества. Докажете, че:

(0.5 т.) а)  $(A \cap B) \cup C = (A \cup C) \cap (B \cup C)$

(0.5 т.) б)  $(A \setminus C) \times (B \setminus D) \subseteq (A \times B) \setminus (C \times D)$

**Зад. 2.** Нека  $A = \mathbb{N}$ , а  $R \subseteq A \times A$  е бинарна релация над  $A$ . Нека за всяко  $x \in A$  и за всяко  $y \in A$ :

$$(x R y) \Leftrightarrow (x \cdot y) + x \text{ е четно}$$

Докажете, че:

(0.5 т.) а)  $R$  е рефлексивна.

(0.5 т.) б)  $R$  е транзитивна.

(0.5 т.) в)  $R$  **не** е релация на еквивалентност.

Упътване:  $(x R y)$  означава  $\langle x, y \rangle \in R$ . Използвайте, че  $(x \cdot y) + x = x \cdot (y + 1)$ .

За в) е достатъчно да покажете контрапример.

**Зад. 3.** Намерете броя на решенията на уравнението:

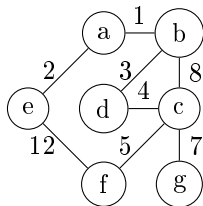
(0.5 т.)  $x_1 + x_2 + x_3 = 1234$ , където  $x_2 \geq 7$ ,

$x_1 \in \mathbb{N}$ ,  $x_2 \in \mathbb{N}$  и  $x_3 \in \mathbb{N}$ .

Упътване:

$A = \{ \langle x_1, x_2, x_3 \rangle \in \mathbb{N}^3 \mid x_1 + x_2 + x_3 = 1234 \ \& \ x_2 \geq 7 \}$ ,  $|A| = ?$

**Зад. 4.** Даден е следният претеглен неориентиран граф:



(0.5 т.) а) Намерете минимално покриващо дърво за този граф. Използвайте алгоритъма на Прим или алгоритъма на Крускал.

(0.5 т.) б) Намерете дължините на минималните пътища от връх а до всички останали върхове в графа, използвайки алгоритъма на Дейкстра.

вариант	факултетен номер	група	поток	курс	специалност
<b>2</b>					
Име:					

Контролно по Дискретни Структури

17/01/2018 г.

Оцекната се образува по следния начин: 2 + бр. точки.  
 $\mathbb{N}$  е множеството на естествените числа, включително 0.  
 Наредени двойки бележим с ъглови скоби, напр.  $\langle a, b \rangle$ .

**Зад. 1.** Нека  $A, B, C$  и  $D$  са произволни множества. Докажете, че:

(0.5 т.) а)  $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$

(0.5 т.) б)  $(A \times B) \cap (C \times D) = (A \cap C) \times (B \cap D)$

**Зад. 2.** Нека  $A = \mathbb{N}$ , а  $R \subseteq A \times A$  е бинарна релация над  $A$ . Нека за всяко  $x \in A$  и за всяко  $y \in A$ :

$$(x R y) \Leftrightarrow (x \cdot y) + y \text{ е четно}$$

Докажете, че:

(0.5 т.) а)  $R$  е рефлексивна.

(0.5 т.) б)  $R$  е транзитивна.

(0.5 т.) в)  $R$  **не** е релация на еквивалентност.

Упътване:  $(x R y)$  означава  $\langle x, y \rangle \in R$ . Използвайте, че  $(x \cdot y) + y = (x + 1) \cdot y$ .

За в) е достатъчно да покажете контрапример.

**Зад. 3.** Намерете броя на решенията на уравнението:

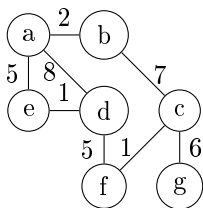
(0.5 т.)  $x_1 + x_2 + x_3 = 1000$ , където  $x_1 \geq 8$ ,

$x_1 \in \mathbb{N}$ ,  $x_2 \in \mathbb{N}$  и  $x_3 \in \mathbb{N}$ .

Упътване:

$A = \{ \langle x_1, x_2, x_3 \rangle \in \mathbb{N}^3 \mid x_1 + x_2 + x_3 = 1000 \ \& \ x_1 \geq 8 \}$ ,  $|A| = ?$

**Зад. 4.** Даден е следният претеглен неориентиран граф:



(0.5 т.) а) Намерете минимално покриващо дърво за този граф. Използвайте алгоритъма на Прим или алгоритъма на Крускал.

(0.5 т.) б) Намерете дължините на минималните пътища от връх а до всички останали върхове в графа, използвайки алгоритъма на Дейкстра.