

вариант	факултетен номер	група	поток	курс	специалност
<b>1</b>					
Име:					

Писмен Изпит по Дискретни Структури  
14/02/2018 г.

Оценката се образува по следния начин:  $2 + \text{бр. точки}$ ,  
Наредени двойки бележим с ъглови скоби, напр.  $\langle a, b \rangle$ .

**Зад. 1.** Намерете:

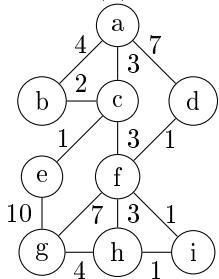
- a) (0.25 т.) подмножествата на  $\{1, \emptyset, \{2, 3\}\}$
- б) (0.25 т.)  $\{1, 3, 15\} \setminus \{2, 3, 11\}$
- в) (0.25 т.)  $\{1, 4\} \times \{2, 4\}$

**Зад. 2.** (0.75 т.) Намерете броя на решенията на уравнението:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 2048, \text{ където } x_1 \geq 100,$$

$$x_1 \in \mathbb{N}, x_2 \in \mathbb{N}, x_3 \in \mathbb{N} \text{ и } x_4 \in \mathbb{N}.$$

**Зад. 3.** Даден е следният претеглен неориентиран граф:



- а) (0.50 т.) Покажете едно минимално покриващо дърво за този граф.
- б) (0.50 т.) Намерете дължините на минималните пътища от връх a до всички останали върхове в графа, използвайки алгоритъма на Дейкстра.

**Зад. 4.** Нека  $A$  е множество, а  $S \subseteq A \times A$  и  $R \subseteq A \times A$  са бинарни релации над  $A$ . Нека:

- (1)  $(\forall a \in A)(\exists b \in A)(a S b)$  (т.е. всеки елемент на  $A$  има  $S$ -наследник)
- (2)  $(\forall x \in A)(\forall y \in A)((x R y) \leftrightarrow (\exists z \in A)((x S z) \& (y S z)))$  (т.е.  $x$  и  $y$  са в релация  $R$  точно тогава, когато имат общ  $S$ -наследник)

Докажете, че:

- (а) (0.25 т.)  $R$  е симетрична.
- (б) (0.50 т.)  $R$  е рефлексивна.

**Зад. 5.** Да разгледаме множеството  $A = \{\mathbb{N}, \mathbb{R}, \mathbb{Q}, \mathbb{Z}\}$ .

- а) (0.40 т.) Посочете всички двойки  $\langle X, Y \rangle$  от елементи  $X$  и  $Y$  на  $A$ , такива че **няма** инекция  $f : X \rightarrow Y$ .
- б) (0.35 т.) Напишете всички редици, съдържащи всички елементи на  $A$  без повторения, и такива че всеки път, когато  $X$  е преди  $Y$ , **има** инекция  $f : X \rightarrow Y$ .

вариант	факултетен номер	група	поток	курс	специалност
<b>2</b>					
Име:					

Писмен Изпит по Дискретни Структури  
14/02/2018 г.

Оценката се образува по следния начин: 2 + бр. точки,  
Наредени двойки бележим с ъглови скоби, напр.  $\langle a, b \rangle$ .

**Зад. 1.** Намерете:

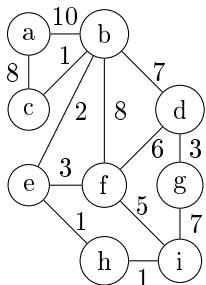
- а) (0.25 т.) подмножествата на  $\{\emptyset, 3, \{1, 2\}\}$
- б) (0.25 т.)  $\{2, 4, 16\} \setminus \{2, 5, 9\}$
- в) (0.25 т.)  $\{1, 2\} \times \{2, 3\}$

**Зад. 2.** (0.75 т.) Намерете броя на решението на уравнението:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1024, \text{ където } x_2 \geq 99,$$

$$x_1 \in \mathbb{N}, x_2 \in \mathbb{N}, x_3 \in \mathbb{N} \text{ и } x_4 \in \mathbb{N}.$$

**Зад. 3.** Даден е следният претеглен неориентиран граф:



- а) (0.50 т.) Покажете едно минимално покриващо дърво за този граф.
- б) (0.50 т.) Намерете дължините на минималните пътища от връх а до всички останали върхове в графа, използвайки алгоритъма на Дейкстра.

**Зад. 4.** Нека  $A$  е множество, а  $S \subseteq A \times A$  и  $R \subseteq A \times A$  са бинарни релации над  $A$ . Нека:

- (1)  $(\forall a \in A)(\exists b \in A)(b S a)$  (т.е. всеки елемент на  $A$  има  $S$ -предшественик)
- (2)  $(\forall x \in A)(\forall y \in A)((x R y) \leftrightarrow (\exists z \in A)((z S x) \& (z S y)))$  (т.е.  $x$  и  $y$  са в релация  $R$  точно тогава, когато имат общ  $S$ -предшественик)

Докажете, че:

- (а) (0.25 т.)  $R$  е симетрична.
- (б) (0.50 т.)  $R$  е рефлексивна.

**Зад. 5.** Да разгледаме множеството  $A = \{\mathbb{N}, \mathcal{P}(\mathbb{N}), \mathbb{Z}, \mathbb{Q}\}$ .

- а) (0.40 т.) Посочете всички двойки  $\langle X, Y \rangle$  от елементи  $X$  и  $Y$  на  $A$ , такива че **няма** инекция  $f : X \rightarrow Y$ .
- б) (0.35 т.) Напишете всички редици, съдържащи всички елементи на  $A$  без повторения, и такива че всеки път, когато  $X$  е преди  $Y$ , **има** инекция  $f : X \rightarrow Y$ .