вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
1					
Име:					

Контролно по ЕАИ (лекции)
13/04/2018 г.

Зад. 1. Вярно ли е, че за всеки регулярен език L над азбуката $\{a, b\}$ е изпълнено, че:

а) $L^\star \setminus \{a^{2n}b^{3k} \mid n, k \in \mathbb{N}\}$ е регулярен език.

б) За всеки език $L' \subseteq L$, то L' е регулярен език.

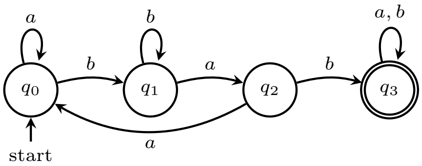
в) $L^3 \cap \{\alpha \in \{a, b\}^\star \mid \alpha$ съдържа равен брой a-та и b-та$\}$ е регулярен език.

г) Ако F е краен език, то $L \cup (\{a, b\}^\star \setminus F)$ е регулярен език.

д) За всеки нерегулярен език K, то $L \cup K$ е нерегулярен език.

Обосновете отговорите си!

Зад. 2. Дефинирайте множествата $L(i, j, k)$, които се използват в теоремата на Клини, която гласи, че всеки автоматен език е регулярен. Да разгледаме автомата $\mathcal{A}$:



Опишете с регулярен израз езика $L(1, 0, 3)$ за автомата $\mathcal{A}$.

Зад. 3. Дефинирайте релацията $\approx_L$ на Майхил-Нероуд за езика $L = \{bb, ba, aab, aaa\}$. Опишете кои класове на еквиваленост съдържат краен брой думи и кои безкрайно много думи. Обосновете отговора си!

Зад. 4. Може ли да се напише програма на `C++`, която по даден вход краен автомат $\mathcal{A}$ и регулярен израз $\mathtt{r}$, завършва с резултат `1`, ако $\mathcal{L}(\mathcal{A}) \subseteq \mathcal{L}(\mathtt{r})$, и завършва с резултат `0`, ако $\mathcal{L}(\mathcal{A}) \nsubseteq \mathcal{L}(\mathtt{r})$? Обосновете отговора си!

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
2					
Име:					

Контролно по ЕАИ (лекции)
13/04/2018 г.

Зад. 1. Вярно ли е, че за всеки регулярен език L над азбуката $\{a, b\}$ е изпълнено, че:

а) $L^\star \setminus \{a^{2n}b^{4k} \mid n, k \in \mathbb{N}\}$ е регулярен език.

б) За всеки език $L' \supseteq L$, то L' е регулярен език.

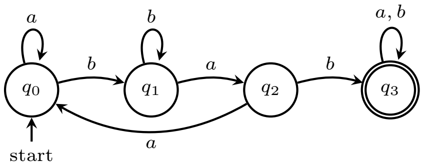
в) $L^3 \cap \{\alpha \in \{a, b\}^\star \mid \alpha$ завършва на $bb\}$ е регулярен език.

г) Съществува краен език F, за който $L \cup F$ е нерегулярен език.

д) За всеки нерегулярен език $K \supseteq L$, то $K \setminus L$ е нерегулярен език.

Обосновете отговорите си!

Зад. 2. Дефинирайте множествата $L(i, j, k)$, които се използват в теоремата на Клини, която гласи, че всеки автоматен език е регулярен. Да разгледаме автомата $\mathcal{A}$:



Опишете с регулярен израз езика $L(2, 1, 3)$ за автомата $\mathcal{A}$.

Зад. 3. Дефинирайте релацията $\approx_L$ на Майхил-Нероуд за езика $L = \{aa, ab, bba, bbb\}$. Опишете кои класове на еквиваленост съдържат краен брой думи и кои безкрайно много думи. Обосновете отговора си!

Зад. 4. Може ли да се напише програма на `C++`, която по даден вход краен автомат $\mathcal{A}$ и регулярен израз $\mathtt{r}$, завършва с резултат `1`, ако $\mathcal{L}(\mathtt{r}) \subseteq \mathcal{L}(\mathcal{A})$, и завършва с резултат `0`, ако $\mathcal{L}(\mathtt{r}) \nsubseteq \mathcal{L}(\mathcal{A})$? Обосновете отговора си!

Упътвания към задачите от Вариант 1

Зад. 1. а) Да, защото понеже L, то $L^\star$ също е регулярен. $\{a^{2n}b^{3k} \mid n, k \in \mathbb{N}\}$ е регулярен. Тяхната разлика също е регулярен език.

б) Не. Например, нека $L = \{a, b\}^\star$ и $L' = \{a^n b^n \mid n \in \mathbb{N}\}$.

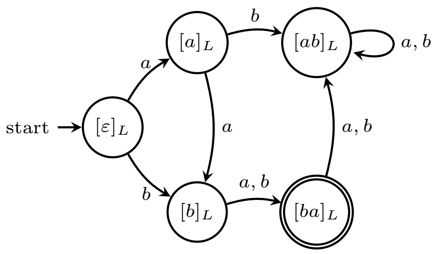
в) Не. Ако $L = \{a, b\}^\star$, то $L^3 = \{a, b\}^\star$ и $L^3 \cap \{\alpha \mid \alpha$ съдържа равен брой a-та и b-та$\} = \{\alpha \mid \alpha$ съдържа равен брой a-та и b-та$\}$.

г) Да, защото всеки краен език F е регулярен. Тогава $\{a, b\}^\star \setminus F$ е регулярен език и обединение на регулярни езици е регулярен език.

д) Не. Нека $L = \{a, b\}^\star$. Тогава $L \cup K = L$ е регулярен език.

Зад. 2. $L(1, 0, 3) = L(1, 0, 2) \cup L(1, 2, 2) \cdot L(2, 2, 2)^\star \cdot L(2, 0, 2) = \emptyset \cup b^\star a \cdot (a^+b^+a)^\star \cdot a^+ = b^\star a \cdot (a^+b^+a)^\star \cdot a^+$.

Зад. 3. Класовете на еквивалентност най-лесно се съобразяват като се направи минимален автомат за езика L по теоремата на Майхил-Нероуд. $[\varepsilon]_L = \{\varepsilon\}$, $[a]_L = \{a\}$, $[b]_L = \{b, aa\}$, $[ba]_L = \{ba, bb, aaa, aab\}$, $[ab]_L$ съдържа всички останали думи. Най-лесният начин да намерим класовете на еквивалентност е ако построим минималния автомат по теоремата на Майхил-Нероуд. Тогава две думи са в едно състояние точно тогава, когато като тръгнем от началното с двете думи, то завършваме в едно и също състояние.



Зад. 4. Тук използваме свойството, че $L_1 \subseteq L_2 \iff L_1 \setminus L_2 = \emptyset$. Може да се напише такава програма, която следва стъпките:

- Строим автомат A_1 за езика на $\mathbf{r}$.
- Строим автомат $\overline{A}_1$ за езика $\Sigma^\star \setminus L(A_1)$.
- Строим автомат A_2 за езика $L(A) \cap L(\overline{A}_1)$.
- Проверяваме дали в A_2 съществува път (без повторения на състояния) от начално състояние до финално състояние. Ако съществува такъв път, връщаме 0 (разликата е непразна). В противен случай връщаме 1.

Упътвания към задачите от Вариант 2

Зад. 1. а) Да. $L^\star$ е регулярен и $\{a^{2n}b^{4k} \mid n, k \in \mathbb{N}\}$ е регулярен. Тогава тяхната разлика също е регулярен език.

б) Не. Нека $L = \emptyset$ и $L' = \{a^n b^n \mid n \in \mathbb{N}\}$.

в) Да. L^3 е регулярен и $\{\alpha \mid \alpha$ завършва на $bb\}$ е регулярен.

г) Не. Всеки краен език е регулярен.

д) Да. Ако допуснем, че $K \setminus L$ е регулярен, то тогава $K = K \setminus L \cup L$ би бил регулярен.

Зад. 2. $L(2, 1, 3) = L(2, 1, 2) \cup L(2, 2, 2) \cdot L(2, 2, 2)^\star \cdot L(2, 1, 2) = a^+b^+ \cup (a^+b^+a)^+ \cdot a^+b^+ = (a^+b^+a)^\star a^+b^+$.

Зад. 3. $[\varepsilon]_L = \{\varepsilon\}$, $[a]_L = \{a, bb\}$, $[b]_L = \{b\}$, $[aa]_L = \{aa, ab, bba, bbb\}$. Всички останали думи са в класа $[ba]_L$.

Зад. 4. Аналогично на Задача 4 от Вариант 1.