| вариант | ф. номер | група | поток | курс | специалност |
|---|---|---|---|---|---|
| **1** | | | | | |
| Име: | | | | | |

ПИСМЕН ПО СЕП
спец. Информатика
25.06.2007 г.

**Задача 1.** Даден е операторът $\Gamma : \mathcal{F}_2 \to \mathcal{F}_2$, действащ по правилото

$$\Gamma(f)(x,y) \simeq \begin{cases} y, & \text{ако } x \text{ е просто} \\ 2f(x+3,y), & \text{иначе} \end{cases}$$

Да се докаже, че:
а) операторът $\Gamma$ е компактен;
б) $\forall a \forall b\, (2f_\Gamma(a,b) \simeq f_\Gamma(a,2b))$, където $f_\Gamma$ е най-малката неподвижна точка на оператора $\Gamma$.

**Задача 2.** Дадена е рекурсивната програма $R$ над типа **Nat**, където $R$ е

$F(X,Y)$, where
$F(X,Y) = \text{if } X*Y=0 \text{ then } X+Y+1$
$\qquad\qquad \text{else } F(G(X), F(1,G(Y)))$
$G(X) = \text{if } X=1 \text{ then } 0$
$\qquad\qquad \text{else } 2G(X-1)+3-X$

Да се докаже, че

$$\forall a \forall b\, (\,!D_V(R)(a,b) \Longrightarrow D_V(R)(a,b) \simeq a+b+1).$$

**Задача 3.** Дадена е рекурсивната програма $R$ над типа **Nat**, където $R$ е
$F(X,Y)$, where
$F(X,Y) = \text{if } \exists k (X = k^2) \text{ then } X$
$\qquad\qquad \text{else } F(2X, F(4X, Y^2)) + X$

Да се докаже, че $D_V(R) \neq D_N(R)$.

| вариант | ф. номер | група | поток | курс | специалност |
|---|---|---|---|---|---|
| **2** | | | | | |
| Име: | | | | | |

ПИСМЕН ПО СЕП
спец. Информатика
25.06.2007 г.

**Задача 1.** Даден е операторът $\Gamma : \mathcal{F}_2 \to \mathcal{F}_2$, действащ по правилото

$$\Gamma(f)(x,y) \simeq \begin{cases} y, & \text{ако } x \text{ е просто} \\ 3f(x+2,y), & \text{иначе} \end{cases}$$

Да се докаже, че:
а) операторът $\Gamma$ е компактен;
б) $\forall a \forall b\, (3f_\Gamma(a,b) \simeq f_\Gamma(a,3b))$, където $f_\Gamma$ е най-малката неподвижна точка на оператора $\Gamma$.

**Задача 2.** Дадена е рекурсивната програма $R$ над типа **Nat**, където $R$ е

$F(X,Y)$, where
$F(X,Y) = \text{if } X*Y=0 \text{ then } X+Y+1$
$\qquad\qquad \text{else } F(F(G(X),1), G(Y))$
$G(X) = \text{if } X=1 \text{ then } 0$
$\qquad\qquad \text{else } 2G(X-1)+3-X$

Да се докаже, че

$$\forall a \forall b\, (\,!D_V(R)(a,b) \Longrightarrow D_V(R)(a,b) \simeq a+b+1).$$

**Задача 3.** Дадена е рекурсивната програма $R$ над типа **Nat**, където $R$ е
$F(X,Y)$, where
$F(X,Y) = \text{if } \exists k (X = k^2) \text{ then } X$
$\qquad\qquad \text{else } F(3X, F(9X, Y^2)) + X$

Да се докаже, че $D_V(R) \neq D_N(R)$.

| вариант | ф. номер | група | поток | курс | специалност |
|---|---|---|---|---|---|
| **3** | | | | | |
| Име: | | | | | |

ПИСМЕН ПО СЕП
спец. Информатика
25.06.2007 г.

**Задача 1.** Даден е операторът $\Gamma : \mathcal{F}_2 \to \mathcal{F}_2$, действащ по правилото

$$\Gamma(f)(x,y) \simeq \begin{cases} y, & \text{ако } x \text{ е просто} \\ 4f(x+1,y), & \text{иначе} \end{cases}$$

Да се докаже, че:
а) операторът $\Gamma$ е компактен;
б) $\forall a \forall b\, (4f_\Gamma(a,b) \simeq f_\Gamma(a,4b))$, където $f_\Gamma$ е най-малката неподвижна точка на оператора $\Gamma$.

**Задача 2.** Дадена е рекурсивната програма $R$ над типа **Nat**, където $R$ е

$F(X,Y)$, where
$F(X,Y) = \text{if } X*Y=0 \text{ then } X+Y+1$
$\qquad\qquad \text{else } F(G(X), F(1,G(Y)))$
$G(X) = \text{if } X=1 \text{ then } 0$
$\qquad\qquad \text{else } 2G(X-1)+3-X$

Да се докаже, че

$$\forall a \forall b\, (\,!D_V(R)(a,b) \Longrightarrow D_V(R)(a,b) \simeq a+b+1).$$

**Задача 3.** Дадена е рекурсивната програма $R$ над типа **Nat**, където $R$ е
$F(X,Y)$, where
$F(X,Y) = \text{if } \exists k (X = k^2) \text{ then } X$
$\qquad\qquad \text{else } F(2X, F(4X, Y^2)) + X$

Да се докаже, че $D_V(R) \neq D_N(R)$.

| вариант | ф. номер | група | поток | курс | специалност |
|---|---|---|---|---|---|
| **4** | | | | | |
| Име: | | | | | |

ПИСМЕН ПО СЕП
спец. Информатика
25.06.2007 г.

**Задача 1.** Даден е операторът $\Gamma : \mathcal{F}_2 \to \mathcal{F}_2$, действащ по правилото

$$\Gamma(f)(x,y) \simeq \begin{cases} y, & \text{ако } x \text{ е просто} \\ 5f(x+2,y), & \text{иначе} \end{cases}$$

Да се докаже, че:
а) операторът $\Gamma$ е компактен;
б) $\forall a \forall b\, (5f_\Gamma(a,b) \simeq f_\Gamma(a,5b))$, където $f_\Gamma$ е най-малката неподвижна точка на оператора $\Gamma$.

**Задача 2.** Дадена е рекурсивната програма $R$ над типа **Nat**, където $R$ е

$F(X,Y)$, where
$F(X,Y) = \text{if } X*Y=0 \text{ then } X+Y+1$
$\qquad\qquad \text{else } F(F(G(X),1), G(Y))$
$G(X) = \text{if } X=1 \text{ then } 0$
$\qquad\qquad \text{else } 2G(X-1)+3-X$

Да се докаже, че

$$\forall a \forall b\, (\,!D_V(R)(a,b) \Longrightarrow D_V(R)(a,b) \simeq a+b+1).$$

**Задача 3.** Дадена е рекурсивната програма $R$ над типа **Nat**, където $R$ е
$F(X,Y)$, where
$F(X,Y) = \text{if } \exists k (X = k^2) \text{ then } X$
$\qquad\qquad \text{else } F(2X, F(9X, Y^2)) + X$

Да се докаже, че $D_V(R) \neq D_N(R)$.