

вариант	ф. номер	група	поток	курс	от предишна година?
А					
Име:					

Контролно по СЕП, 07.06.2011
спец. Информатика, III курс, I поток

Задача 1. Даден е следният оператор Γ :

$$\Gamma(f)(x, y) \simeq \begin{cases} (f(\sqrt{x}, y))^2, & \text{ако } x \text{ е точен квадрат} \\ y, & \text{иначе.} \end{cases}$$

- а) Докажете, че операторът Γ е компактен.
 б) Докажете, че за най-малката му неподвижна точка f_Γ е изпълнено:
 $\forall x \forall y ((f_\Gamma(x, y))^2 \simeq f_\Gamma(x, y^2)).$

Задача 2. Дадена е следната рекурсивна програма R над естествените числа:

$F(X, 0)$ where
 $F(X, Y) = \text{if } X = Y \text{ then } 1 \text{ else } G(F(X, Y + 1), Y + 1, 0)$
 $G(X, Y, S) = \text{if } Y = 0 \text{ then } S \text{ else if } Y \equiv 0 \pmod{2}$
 then $G(2X, Y/2, S)$ else $G(X, Y - 1, S + X)$.
 Докажете, че $\forall x_{>0} (!D_V(R)(x) \Rightarrow D_V(R)(x) = x!)$

Задача 3. Докажете, че $D_V(R) \neq D_N(R)$ за следната рекурсивна програма R в типа данни Nat :

$F(X, X)$ where
 $F(X, Y) = \text{if } Y \equiv 0 \pmod{3} \text{ then } Y/3$
 else $F(F(X, 2Y - 2), Y - 1)$.

Пожелаваме Ви успех:
Екипът.

вариант	ф. номер	група	поток	курс	от предишна година?
В					
Име:					

Контролно по СЕП, 07.06.2011
спец. Информатика, III курс, I поток

Задача 1. Даден е следният оператор Γ :

$$\Gamma(f)(x, y) \simeq \begin{cases} 3 \cdot f(\sqrt{x}, y) + 2, & \text{ако } x \text{ е точен квадрат} \\ y, & \text{иначе.} \end{cases}$$

- а) Докажете, че операторът Γ е компактен.
 б) Докажете, че за най-малката му неподвижна точка f_Γ е изпълнено:
 $\forall x \forall y (3 \cdot f_\Gamma(x, y) + 2 \simeq f_\Gamma(x, 3y + 2)).$

Задача 2. Дадена е следната рекурсивна програма R над естествените числа:

$F(X, 1)$ where
 $F(X, Y) = \text{if } X = Y - 1 \text{ then } 1 \text{ else } G(F(X, Y + 1), Y, 0)$
 $G(X, Y, S) = \text{if } Y = 0 \text{ then } S \text{ else if } Y \equiv 1 \pmod{2}$
 then $G(2X, (Y - 1)/2, S + X)$ else $G(2X, Y/2, S)$.
 Докажете, че $\forall x_{>0} (!D_V(R)(x) \Rightarrow D_V(R)(x) = x!)$

Задача 3. Докажете, че $D_V(R) \neq D_N(R)$ за следната рекурсивна програма R в типа данни Nat :

$F(X, X)$ where
 $F(X, Y) = \text{if } X \equiv 0 \pmod{3} \text{ then } X/3$
 else $F(X + 1, F(2X + 2, Y))$.

Пожелаваме Ви успех:
Екипът.

вариант	ф. номер	група	поток	курс	от предишна година?
А					
Име:					

Контролно по СЕП, 07.06.2011
спец. Информатика, III курс, I поток

Задача 1. Дадена е следната рекурсивна програма R над целите числа:

$F(X, X)$ where
 $F(X, Y) = \text{if } X = Y \text{ then } G(X, Y) \text{ else } F(X + 1, Y) - 1$
 $G(X, Y) = \text{if } X = 0 \text{ then } Y \text{ else } G(X - 1, Y) + 1$.

- Докажете, че
 а) $\forall x \in \mathbb{Z} (!D_V(R)(x) \Rightarrow D_V(R)(x) = 2x)$
 б) $\forall x \in \mathbb{Z} (x < 0 \Rightarrow \neg !D_V(R)(x))$.

Задача 2. Намерете $D_N(R)$ за следната рекурсивна програма R в типа данни Nat :

$F(X, X)$ where
 $F(X, Y) = \text{if } Y = 0 \text{ then } 0 \text{ else } F(F(X, Y), Y - 1) + 2Y - 1$.

Задача 3. Нека S е следната стандартна програма над естествените числа:

input(X); output(P);
 0: P := 1; 1: U := X; 2: if U = 0 then go to 12 else go to 3;
 3: S := 0; 4: V := X; 5: if V = 0 then go to 9 else go to 6;
 6: S := S + P; 7: V := V - 1; 8: go to 5;
 9: P := S; 10: U := U - 1; 11: go to 2; 12: stop.

По метода на опашковите функции определете рекурсивна програма R , еквивалентна на S .

Пожелаваме Ви успех:
Екипът.

вариант	ф. номер	група	поток	курс	от предишна година?
В					
Име:					

Контролно по СЕП, 07.06.2011
спец. Информатика, III курс, I поток

Задача 1. Дадена е следната рекурсивна програма R над целите числа:

$F(X, X)$ where
 $F(X, Y) = \text{if } X = Y \text{ then } G(X, Y) \text{ else } F(X, Y + 1) - X$
 $G(X, Y) = \text{if } X = 0 \text{ then } 0 \text{ else } G(X - 1, Y) + Y$.

- Докажете, че
 а) $\forall x \in \mathbb{Z} (!D_V(R)(x) \Rightarrow D_V(R)(x) = x^2)$
 б) $\forall x \in \mathbb{Z} (x < 0 \Rightarrow \neg !D_V(R)(x))$.

Задача 2. Намерете $D_N(R)$ за следната рекурсивна програма R в типа данни Nat :

$F(X, X)$ where
 $F(X, Y) = \text{if } X = 0 \text{ then } 1 \text{ else } F(X - 1, F(X, Y)) + 2X + 1$.

Задача 3. Нека S е следната стандартна програма над естествените числа:

input(X); output(S);
 0: S := 0; 1: Y := X; 2: if Y = 0 then go to 12 else go to 3;
 3: Y := Y - 1; 4: T := S; 5: Z := X; 6: if Z = 0 then go to 10 else go to 7;
 7: T := T + 1; 8: Z := Z - 1; 9: go to 6;
 10: S := T; 11: go to 2; 12: stop.

По метода на опашковите функции определете рекурсивна програма R , еквивалентна на S .

Пожелаваме Ви успех:
Екипът.