вариант	ф. номер	група	поток	курс	от предишна година?
A					
Име:					

Писмен изпит по СЕП, 30.06.2012
спец. Информатика, III курс, I и II поток

Задача 1. Даден е операторът $\Gamma : \mathcal{F}_2 \to \mathcal{F}_2$, за който:

$$\Gamma(f)(x,y) \simeq \begin{cases} x+y, & \text{ако } x \text{ и } y \text{ са точни квадрати} \\ f(x+1, f(x^2, y+1)), & \text{иначе.} \end{cases}$$

Да се докаже, че:
а) Γ е компактен оператор.
б) Ако f_Γ е най-малката неподвижна точка на Γ, то:
$\forall x, y(!f_\Gamma(x,y) \Rightarrow \exists u, v(u^2 \geq x \,\&\, v^2 \geq y \,\&\, f_\Gamma(x,y) = u^2+v^2))$.

Задача 2. Нека R е следната рекурсивна програма в типа данни Nat:
$F(X,1)$ `where`
$F(X,Y) =$ `if` $X=0$ `then` Y `else` $F(X-1, G(X,Y))$
$G(X,Y) =$ `if` $X=0$ `then` 0 `else` $G(X-1,Y)+2Y$.
Докажете, че $\forall x(!D_V(R)(x) \Rightarrow D_V(R)(x) = (2x)!!)$.
Забележка:

$$x!! = \begin{cases} 1, & \text{ако } x = 0 \\ 2.4.\ldots.x, & \text{ако } x > 0 \text{ е четно} \\ 1.3.\ldots.x, & \text{ако } x \text{ е нечетно.} \end{cases}$$

Задача 3. Намерете $D_V(R)$ и $D_N(R)$ за следната рекурсивна програма R в типа данни Nat:
$F(X,Y)$ `where`
$F(X,Y)$ $=$ `if` $X=0$ `then` 1 `else` $X.F(X \dot{-} Y, F(X,Y))$
Тук $\dot{-}$ е функцията "отсечена разлика"; по дефиниция:

$$x \dot{-} y = \begin{cases} x-y, & \text{ако } x \geq y \\ 0, & \text{ако } x < y. \end{cases}$$

вариант	ф. номер	група	поток	курс	от предишна година?
B					
Име:					

Писмен изпит по СЕП, 30.06.2012
спец. Информатика, III курс, I и II поток

Задача 1. Даден е операторът $\Gamma : \mathcal{F}_2 \to \mathcal{F}_2$, за който:

$$\Gamma(f)(x,y) \simeq \begin{cases} x+y, & \text{ако } x \text{ и } y \text{ са точни квадрати} \\ f(f(x+1, y^2), y+1), & \text{иначе.} \end{cases}$$

Да се докаже, че:
а) Γ е компактен оператор.
б) Ако f_Γ е най-малката неподвижна точка на Γ, то:
$\forall x, y(!f_\Gamma(x,y) \Rightarrow \exists u, v(u^2 \geq x \,\&\, v^2 \geq y \,\&\, f_\Gamma(x,y) = u^2+v^2))$.

Задача 2. Нека R е следната рекурсивна програма в типа данни Nat:
$F(X,1)$ `where`
$F(X,Y) =$ `if` $X=0$ `then` Y `else` $F(X-1, G(X,Y))$
$G(X,Y) =$ `if` $X=0$ `then` Y `else` $G(X-1,Y)+2Y$.
Докажете, че $\forall x(!D_V(R)(x) \Rightarrow D_V(R)(x) = (2x+1)!!)$.
Забележка:

$$x!! = \begin{cases} 1, & \text{ако } x = 0 \\ 2.4.\ldots.x, & \text{ако } x > 0 \text{ е четно} \\ 1.3.\ldots.x, & \text{ако } x \text{ е нечетно.} \end{cases}$$

Задача 3. Намерете $D_V(R)$ и $D_N(R)$ за следната рекурсивна програма R в типа данни Nat:
$F(X,Y)$ `where`
$F(X,Y)$ $=$ `if` $Y=0$ `then` 0 `else` $F(F(X,Y), Y \dot{-} X) + Y$
Тук $\dot{-}$ е функцията "отсечена разлика"; по дефиниция:

$$x \dot{-} y = \begin{cases} x-y, & \text{ако } x \geq y \\ 0, & \text{ако } x < y. \end{cases}$$

вариант	ф. номер	група	поток	курс	от предишна година?
A					
Име:					

Писмен изпит по СЕП, 30.06.2012
спец. Информатика, III курс, I и II поток

Задача 1. Даден е операторът $\Gamma : \mathcal{F}_2 \to \mathcal{F}_2$, за който:

$$\Gamma(f)(x,y) \simeq \begin{cases} x+y, & \text{ако } x \text{ и } y \text{ са точни квадрати} \\ f(x+1, f(x^2, y+1)), & \text{иначе.} \end{cases}$$

Да се докаже, че:
а) Γ е компактен оператор.
б) Ако f_Γ е най-малката неподвижна точка на Γ, то:
$\forall x, y(!f_\Gamma(x,y) \Rightarrow \exists u, v(u^2 \geq x \,\&\, v^2 \geq y \,\&\, f_\Gamma(x,y) = u^2+v^2))$.

Задача 2. Нека R е следната рекурсивна програма в типа данни Nat:
$F(X,1)$ `where`
$F(X,Y) =$ `if` $X=0$ `then` Y `else` $F(X-1, G(X,Y))$
$G(X,Y) =$ `if` $X=0$ `then` 0 `else` $G(X-1,Y)+2Y$.
Докажете, че $\forall x(!D_V(R)(x) \Rightarrow D_V(R)(x) = (2x)!!)$.
Забележка:

$$x!! = \begin{cases} 1, & \text{ако } x = 0 \\ 2.4.\ldots.x, & \text{ако } x > 0 \text{ е четно} \\ 1.3.\ldots.x, & \text{ако } x \text{ е нечетно.} \end{cases}$$

Задача 3. Намерете $D_V(R)$ и $D_N(R)$ за следната рекурсивна програма R в типа данни Nat:
$F(X,Y)$ `where`
$F(X,Y)$ $=$ `if` $X=0$ `then` 1 `else` $X.F(X \dot{-} Y, F(X,Y))$
Тук $\dot{-}$ е функцията "отсечена разлика"; по дефиниция:

$$x \dot{-} y = \begin{cases} x-y, & \text{ако } x \geq y \\ 0, & \text{ако } x < y. \end{cases}$$

вариант	ф. номер	група	поток	курс	от предишна година?
B					
Име:					

Писмен изпит по СЕП, 30.06.2012
спец. Информатика, III курс, I и II поток

Задача 1. Даден е операторът $\Gamma : \mathcal{F}_2 \to \mathcal{F}_2$, за който:

$$\Gamma(f)(x,y) \simeq \begin{cases} x+y, & \text{ако } x \text{ и } y \text{ са точни квадрати} \\ f(f(x+1, y^2), y+1), & \text{иначе.} \end{cases}$$

Да се докаже, че:
а) Γ е компактен оператор.
б) Ако f_Γ е най-малката неподвижна точка на Γ, то:
$\forall x, y(!f_\Gamma(x,y) \Rightarrow \exists u, v(u^2 \geq x \,\&\, v^2 \geq y \,\&\, f_\Gamma(x,y) = u^2+v^2))$.

Задача 2. Нека R е следната рекурсивна програма в типа данни Nat:
$F(X,1)$ `where`
$F(X,Y) =$ `if` $X=0$ `then` Y `else` $F(X-1, G(X,Y))$
$G(X,Y) =$ `if` $X=0$ `then` Y `else` $G(X-1,Y)+2Y$.
Докажете, че $\forall x(!D_V(R)(x) \Rightarrow D_V(R)(x) = (2x+1)!!)$.
Забележка:

$$x!! = \begin{cases} 1, & \text{ако } x = 0 \\ 2.4.\ldots.x, & \text{ако } x > 0 \text{ е четно} \\ 1.3.\ldots.x, & \text{ако } x \text{ е нечетно.} \end{cases}$$

Задача 3. Намерете $D_V(R)$ и $D_N(R)$ за следната рекурсивна програма R в типа данни Nat:
$F(X,Y)$ `where`
$F(X,Y)$ $=$ `if` $Y=0$ `then` 0 `else` $F(F(X,Y), Y \dot{-} X) + Y$
Тук $\dot{-}$ е функцията "отсечена разлика"; по дефиниция:

$$x \dot{-} y = \begin{cases} x-y, & \text{ако } x \geq y \\ 0, & \text{ако } x < y. \end{cases}$$