вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
1					
Име:					

Второ контролно по СЕП
21.12.2015

Зад. 1. Да разгледаме оператора $\Gamma : \mathcal{F}_1 \to \mathcal{F}_1$, където:

$$\Gamma(f)(x) \simeq \begin{cases} x/3, & \text{ако } x \equiv 0 \pmod 3 \\ f(3f(x+1) \dot{-} 1), & \text{ако } x \equiv 1 \pmod 3 \\ f(3f(2x-1)+1), & \text{ако } x \equiv 2 \pmod 3, \end{cases}$$

където $x \dot{-} y = 0$, ако $x < y$, и $x \dot{-} y = x - y$, ако $x \geq y$.

а) Докажете, че операторът Γ е компактен.

б) Докажете, че $(\forall x \in \mathbb{N})[!f_\Gamma(x) \implies f_\Gamma(x) \leq x/3]$, където с f_Γ означаваме най-малката неподвижна точка на оператора Γ.

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
2					
Име:					

Второ контролно по СЕП
21.12.2015

Зад. 1. Да разгледаме оператора $\Gamma : \mathcal{F}_2 \to \mathcal{F}_2$, където:

$$\Gamma(f)(x,y) \simeq \begin{cases} 0, & \text{ако } x = 0 \\ f(x-1,1), & \text{ако } x \neq 0 \ \& \ y = 0 \\ f(x-1, f(x-1,y-1))+1, & \text{ако } x \neq 0 \ \& \ y \neq 0 \end{cases}$$

а) Докажете, че операторът Γ е компактен.

б) Докажете, че $(\forall x, y \in \mathbb{N})[!f_\Gamma(x,y) \implies f_\Gamma(x,y) \geq \min(x,y)]$, където с f_Γ означаваме най-малката неподвижна точка на оператора Γ.

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
1					
Име:					

Второ контролно по СЕП
21.12.2015

Зад. 1. Да разгледаме оператора $\Gamma : \mathcal{F}_1 \to \mathcal{F}_1$, където:

$$\Gamma(f)(x) \simeq \begin{cases} x/3, & \text{ако } x \equiv 0 \pmod 3 \\ f(3f(x+1) \dot{-} 1), & \text{ако } x \equiv 1 \pmod 3 \\ f(3f(2x-1)+1), & \text{ако } x \equiv 2 \pmod 3, \end{cases}$$

където $x \dot{-} y = 0$, ако $x < y$, и $x \dot{-} y = x - y$, ако $x \geq y$.

а) Докажете, че операторът Γ е компактен.

б) Докажете, че $(\forall x \in \mathbb{N})[!f_\Gamma(x) \implies f_\Gamma(x) \leq x/3]$, където с f_Γ означаваме най-малката неподвижна точка на оператора Γ.

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
2					
Име:					

Второ контролно по СЕП
21.12.2015

Зад. 1. Да разгледаме оператора $\Gamma : \mathcal{F}_2 \to \mathcal{F}_2$, където:

$$\Gamma(f)(x,y) \simeq \begin{cases} 0, & \text{ако } x = 0 \\ f(x-1,1), & \text{ако } x \neq 0 \ \& \ y = 0 \\ f(x-1, f(x-1,y-1))+1, & \text{ако } x \neq 0 \ \& \ y \neq 0 \end{cases}$$

а) Докажете, че операторът Γ е компактен.

б) Докажете, че $(\forall x, y \in \mathbb{N})[!f_\Gamma(x,y) \implies f_\Gamma(x,y) \geq \min(x,y)]$, където с f_Γ означаваме най-малката неподвижна точка на оператора Γ.

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
1					
Име:					

Второ контролно по СЕП
21.12.2015

Зад. 1. Да разгледаме оператора $\Gamma : \mathcal{F}_1 \to \mathcal{F}_1$, където:

$$\Gamma(f)(x) \simeq \begin{cases} x/3, & \text{ако } x \equiv 0 \pmod 3 \\ f(3f(x+1) \dot{-} 1), & \text{ако } x \equiv 1 \pmod 3 \\ f(3f(2x-1)+1), & \text{ако } x \equiv 2 \pmod 3, \end{cases}$$

където $x \dot{-} y = 0$, ако $x < y$, и $x \dot{-} y = x - y$, ако $x \geq y$.

а) Докажете, че операторът Γ е компактен.

б) Докажете, че $(\forall x \in \mathbb{N})[!f_\Gamma(x) \implies f_\Gamma(x) \leq x/3]$, където с f_Γ означаваме най-малката неподвижна точка на оператора Γ.

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
2					
Име:					

Второ контролно по СЕП
21.12.2015

Зад. 1. Да разгледаме оператора $\Gamma : \mathcal{F}_2 \to \mathcal{F}_2$, където:

$$\Gamma(f)(x,y) \simeq \begin{cases} 0, & \text{ако } x = 0 \\ f(x-1,1), & \text{ако } x \neq 0 \ \& \ y = 0 \\ f(x-1, f(x-1,y-1))+1, & \text{ако } x \neq 0 \ \& \ y \neq 0 \end{cases}$$

а) Докажете, че операторът Γ е компактен.

б) Докажете, че $(\forall x, y \in \mathbb{N})[!f_\Gamma(x,y) \implies f_\Gamma(x,y) \geq \min(x,y)]$, където с f_Γ означаваме най-малката неподвижна точка на оператора Γ.

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
1					
Име:					

Второ контролно по СЕП
21.12.2015

Зад. 1. Да разгледаме оператора $\Gamma : \mathcal{F}_1 \to \mathcal{F}_1$, където:

$$\Gamma(f)(x) \simeq \begin{cases} x/3, & \text{ако } x \equiv 0 \pmod 3 \\ f(3f(x+1) \dot{-} 1), & \text{ако } x \equiv 1 \pmod 3 \\ f(3f(2x-1)+1), & \text{ако } x \equiv 2 \pmod 3, \end{cases}$$

където $x \dot{-} y = 0$, ако $x < y$, и $x \dot{-} y = x - y$, ако $x \geq y$.

а) Докажете, че операторът Γ е компактен.

б) Докажете, че $(\forall x \in \mathbb{N})[!f_\Gamma(x) \implies f_\Gamma(x) \leq x/3]$, където с f_Γ означаваме най-малката неподвижна точка на оператора Γ.

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
2					
Име:					

Второ контролно по СЕП
21.12.2015

Зад. 1. Да разгледаме оператора $\Gamma : \mathcal{F}_2 \to \mathcal{F}_2$, където:

$$\Gamma(f)(x,y) \simeq \begin{cases} 0, & \text{ако } x = 0 \\ f(x-1,1), & \text{ако } x \neq 0 \ \& \ y = 0 \\ f(x-1, f(x-1,y-1))+1, & \text{ако } x \neq 0 \ \& \ y \neq 0 \end{cases}$$

а) Докажете, че операторът Γ е компактен.

б) Докажете, че $(\forall x, y \in \mathbb{N})[!f_\Gamma(x,y) \implies f_\Gamma(x,y) \geq \min(x,y)]$, където с f_Γ означаваме най-малката неподвижна точка на оператора Γ.