вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
1					
Име:					

Писмен изпит по СЕП
10.02.2016

Зад. 1 (1.5 т.). Нека е даден оператора $\Gamma : \mathcal{F}_1 \to \mathcal{F}_1$, където:

$$\Gamma(f)(x) \simeq \begin{cases} (x-1)/3, & x \bmod 3 = 1 \\ f(f(x+1)), & \text{иначе} \end{cases}$$

а) Докажете, че Γ е компактен оператор.

б) Вярно ли е, че $!f_\Gamma(0)$? Обосновете отговора си!

в) Докажете, че $(\forall x \in \mathbb{N})[!f_\Gamma(x) \implies f_\Gamma(x) < x]$.

Зад. 2 (1 т.). Да разгледаме следната програма на езика хаскел:

```
f(x, y)
  | rem x 5 == 0 = x
  | rem x 5 == 1 = f(x - 1, f(x, y + 1)) + 1
  | otherwise = f(x - 2, y) + f(x, y + 2)
```

Вярно ли е, че $\mathcal{D}_V[\![\mathbf{f}]\!] = \mathcal{D}_N[\![\mathbf{f}]\!]$? Обосновете отговора си с доказателство.

Зад. 3 (2.5 т.). За едно крайно множество от естествени числа $D = \{a_1 < a_2 < \cdots < a_n\}$, да означим кода на D с числото $u = \sum_{i=1}^{n} 2^{a_i}$. Например, кодът на множеството $\{0, 2, 4\}$ е 21. Също така, по дефиниция, кодът на $\emptyset$ е 0. Ще означаваме с D_u крайното множество с код u. Дадена е следната програма на езика хаскел:

```
h(a, b) = f(a, b) where
  f(a, b)
    | a == b = 1
    | a /= 0 && b == 0 = 0
    | rem a 2 == 1 = f(g(a), g(b)) * rem b 2
    | otherwise = f(g(a), g(b))
  g(x) = if x <= 1 then 0
         else g(x - 2) + 1
```

Докажете, че:

$$(\forall a, b \in \mathbb{N})[((!\mathcal{D}_V[\![\mathbf{h}]\!](a,b)\ \&\ D_a \subseteq D_b) \implies \mathcal{D}_V[\![\mathbf{h}]\!](a,b) \simeq 1)\ \&$$
$$((!\mathcal{D}_V[\![\mathbf{h}]\!](a,b)\ \&\ D_a \not\subseteq D_b) \implies \mathcal{D}_V[\![\mathbf{h}]\!](a,b) \simeq 0)].$$

Необходими са Ви 4 точки за оценка 6.

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
2					
Име:					

Писмен изпит по СЕП
10.02.2016

Зад. 1 (1.5 т.). Нека е даден оператора $\Gamma : \mathcal{F}_1 \to \mathcal{F}_1$, където:

$$\Gamma(f)(x) \simeq \begin{cases} (x-2)/3, & x \bmod 3 = 2 \\ f(f(x+1)), & \text{иначе} \end{cases}$$

а) Докажете, че Γ е компактен оператор.

б) Вярно ли е, че $!f_\Gamma(0)$? Обосновете отговора си!

в) Докажете, че $(\forall x \in \mathbb{N})[!f_\Gamma(x) \implies f_\Gamma(x) < x]$.

Зад. 2 (1 т.). Да разгледаме следната програма на езика хаскел:

```
f(x, y)
  | rem x 3 == 0 = 0
  | rem x 3 == 1 = f(x - 1, y) + f(x,y + 1)
  | otherwise = f(x - 2, f(x, y)) + 2
```

Вярно ли е, че $\mathcal{D}_V[\![\mathbf{f}]\!] = \mathcal{D}_N[\![\mathbf{f}]\!]$? Обосновете отговора си с доказателство.

Зад. 3 (2.5 т.). За едно крайно множество от естествени числа $D = \{a_1 < a_2 < \cdots < a_n\}$, да означим кода на D с числото $u = \sum_{i=1}^{n} 2^{a_i}$. Например, кодът на множеството $\{0, 2, 4\}$ е 21. Също така, по дефиниция, кодът на $\emptyset$ е 0. Ще означаваме с D_u крайното множество с код u. Дадена е следната програма на езика хаскел:

```
h(a, b) = f(a, b) where
  f(a, b)
    | a == 0 || b == 0 = 1
    | a == b = 0
    | rem a 2 == 1 = f(g(a), g(b)) * (1 - rem b 2)
    | otherwise = f(g(a), g(b))
  g(x) = if x <= 1 then 0
         else g(x - 2) + 1
```

Докажете, че:

$$(\forall a, b \in \mathbb{N})[((!\mathcal{D}_V[\![\mathbf{h}]\!](a,b)\ \&\ D_a \cap D_b = \emptyset) \implies \mathcal{D}_V[\![\mathbf{h}]\!](a,b) \simeq 1)\ \&$$
$$((!\mathcal{D}_V[\![\mathbf{h}]\!](a,b)\ \&\ D_a \cap D_b \neq \emptyset) \implies \mathcal{D}_V[\![\mathbf{h}]\!](a,b) \simeq 0)].$$

Необходими са Ви 4 точки за оценка 6.

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
1					
Име:					

Писмен изпит по СЕП
10.02.2016

Зад. 1 (1.5 т.). Нека е даден оператора $\Gamma : \mathcal{F}_1 \to \mathcal{F}_1$, където:

$$\Gamma(f)(x) \simeq \begin{cases} (x-1)/3, & x \bmod 3 = 1 \\ f(f(x+1)), & \text{иначе} \end{cases}$$

а) Докажете, че Γ е компактен оператор.

б) Вярно ли е, че $!f_\Gamma(0)$? Обосновете отговора си!

в) Докажете, че $(\forall x \in \mathbb{N})[!f_\Gamma(x) \implies f_\Gamma(x) < x]$.

Зад. 2 (1 т.). Да разгледаме следната програма на езика хаскел:

```
f(x, y)
  | rem x 5 == 0 = x
  | rem x 5 == 1 = f(x - 1, f(x, y + 1)) + 1
  | otherwise = f(x - 2, y) + f(x, y + 2)
```

Вярно ли е, че $\mathcal{D}_V[\![\mathbf{f}]\!] = \mathcal{D}_N[\![\mathbf{f}]\!]$? Обосновете отговора си с доказателство.

Зад. 3 (2.5 т.). За едно крайно множество от естествени числа $D = \{a_1 < a_2 < \cdots < a_n\}$, да означим кода на D с числото $u = \sum_{i=1}^{n} 2^{a_i}$. Например, кодът на множеството $\{0, 2, 4\}$ е 21. Също така, по дефиниция, кодът на $\emptyset$ е 0. Ще означаваме с D_u крайното множество с код u. Дадена е следната програма на езика хаскел:

```
h(a, b) = f(a, b) where
  f(a, b)
    | a == b = 1
    | a /= 0 && b == 0 = 0
    | rem a 2 == 1 = f(g(a), g(b)) * rem b 2
    | otherwise = f(g(a), g(b))
  g(x) = if x <= 1 then 0
         else g(x - 2) + 1
```

Докажете, че:

$$(\forall a, b \in \mathbb{N})[((!\mathcal{D}_V[\![\mathbf{h}]\!](a,b)\ \&\ D_a \subseteq D_b) \implies \mathcal{D}_V[\![\mathbf{h}]\!](a,b) \simeq 1)\ \&$$
$$((!\mathcal{D}_V[\![\mathbf{h}]\!](a,b)\ \&\ D_a \not\subseteq D_b) \implies \mathcal{D}_V[\![\mathbf{h}]\!](a,b) \simeq 0)].$$

Необходими са Ви 4 точки за оценка 6.

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
2					
Име:					

Писмен изпит по СЕП
10.02.2016

Зад. 1 (1.5 т.). Нека е даден оператора $\Gamma : \mathcal{F}_1 \to \mathcal{F}_1$, където:

$$\Gamma(f)(x) \simeq \begin{cases} (x-2)/3, & x \bmod 3 = 2 \\ f(f(x+1)), & \text{иначе} \end{cases}$$

а) Докажете, че Γ е компактен оператор.

б) Вярно ли е, че $!f_\Gamma(0)$? Обосновете отговора си!

в) Докажете, че $(\forall x \in \mathbb{N})[!f_\Gamma(x) \implies f_\Gamma(x) < x]$.

Зад. 2 (1 т.). Да разгледаме следната програма на езика хаскел:

```
f(x, y)
  | rem x 3 == 0 = 0
  | rem x 3 == 1 = f(x - 1, y) + f(x,y + 1)
  | otherwise = f(x - 2, f(x, y)) + 2
```

Вярно ли е, че $\mathcal{D}_V[\![\mathbf{f}]\!] = \mathcal{D}_N[\![\mathbf{f}]\!]$? Обосновете отговора си с доказателство.

Зад. 3 (2.5 т.). За едно крайно множество от естествени числа $D = \{a_1 < a_2 < \cdots < a_n\}$, да означим кода на D с числото $u = \sum_{i=1}^{n} 2^{a_i}$. Например, кодът на множеството $\{0, 2, 4\}$ е 21. Също така, по дефиниция, кодът на $\emptyset$ е 0. Ще означаваме с D_u крайното множество с код u. Дадена е следната програма на езика хаскел:

```
h(a, b) = f(a, b) where
f(a, b)
 | a == 0 || b == 0 = 1
 | a == b = 0
 | rem a 2 == 1 = f(g(a), g(b)) * (1 - rem b 2)
 | otherwise = f(g(a), g(b))
g(x) = if x <= 1 then 0
         else g(x - 2) + 1
```

Докажете, че:

$$(\forall a, b \in \mathbb{N})[((!\mathcal{D}_V[\![\mathbf{h}]\!](a,b)\ \&\ D_a \cap D_b = \emptyset) \implies \mathcal{D}_V[\![\mathbf{h}]\!](a,b) \simeq 1)\ \&$$
$$((!\mathcal{D}_V[\![\mathbf{h}]\!](a,b)\ \&\ D_a \cap D_b \neq \emptyset) \implies \mathcal{D}_V[\![\mathbf{h}]\!](a,b) \simeq 0)].$$

Необходими са Ви 4 точки за оценка 6.