вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
1					
Име:					

Писмен изпит по СЕП, 27/06/2019 г.

Зад. 1. (1.5 т.) Нека операторът $\Gamma : \mathcal{F}_1 \to \mathcal{F}_1$ е дефиниран по следния начин:

$$\Gamma(f)(x) \simeq \begin{cases} x/7, & \text{ако } x \equiv 0(mod7) \\ (x-1)/7, & \text{ако } x \equiv 1(mod7) \\ f(f(5x+4)), & \text{иначе .} \end{cases}$$

Да се докаже, че:

а) Γ е компактен оператор;

б) $(\forall x \in \mathbb{N})[\ !f_\Gamma(x) \implies f_\Gamma(x) \leqslant x/7]$, където f_Γ е най-малката неподвижна точка на Γ;

в) f_Γ не е тотална функция.

Зад. 2. (2 т.) Нека $BIN = \{0\} \cup \{1\} \cdot \{0,1\}^*$ и да разгледаме биекцията $\ulcorner - \urcorner : BIN \to \mathbb{N}$, която на $a_0a_1 \cdots a_n \in BIN$ съпоставя естественото число с двоичен запис $a_0a_1 \cdots a_n$, т.е.

$$\ulcorner a_0a_1 \cdots a_n \urcorner = a_0 2^n + a_1 2^{n-1} + \cdots + a_n 2^0.$$

Нека P е следната рекурсивна програма:

```
h(x,y) = f(x,y,g(y)), where
f(x,y,z) = if y>0 then 1 + f(x,y-1,z)
              else if z>0 then 2.f(x,y,z-1)
                     else x
g(y) = if y<2 then 1
         else if ymod2 == 1 then g(y-1)
                else g(y/2)+1
```

Да се докаже, че:

а) $(\forall \alpha, \beta \in BIN)[\ulcorner \alpha \urcorner > 0\ \&\ !\mathcal{D}_V(P)(\ulcorner \alpha \urcorner, \ulcorner \beta \urcorner) \Rightarrow \mathcal{D}_V(P)(\ulcorner \alpha \urcorner, \ulcorner \beta \urcorner) \simeq \ulcorner \alpha\beta \urcorner]$;

б) $\mathcal{D}_V(P)$ е тотална функция.

Зад. 3. (1.5 т.) Нека R е следната рекурсивна програма:

```
h(x,z) = f(x,1,z), where
f(x,y,z) = if x<z then 0
             else f(x-z,f(x+1,y,z+1),z)+1
```

а) Докажете, че $\mathcal{D}_V(R) \subsetneq \mathcal{D}_N(R)$;

б) Намерете $\mathcal{D}_N(R)$.

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
2					
Име:					

Писмен изпит по СЕП, 27/06/2019 г.

Зад. 1. (1.5 т.) Нека операторът $\Gamma : \mathcal{F}_1 \to \mathcal{F}_1$ е дефиниран по следния начин:

$$\Gamma(f)(x) \simeq \begin{cases} x/11, & \text{ако } x \equiv 0(mod11) \\ (x-1)/11, & \text{ако } x \equiv 1(mod11) \\ f(f(8x+6)), & \text{иначе .} \end{cases}$$

Да се докаже, че:

а) Γ е компактен оператор;

б) $(\forall x \in \mathbb{N})[\ !f_\Gamma(x) \implies f_\Gamma(x) \leqslant x/11]$, където f_Γ е най-малката неподвижна точка на Γ;

в) f_Γ не е тотална функция.

Зад. 2. (2 т.) Нека $BIN = \{0\} \cup \{1\} \cdot \{0,1\}^*$ и да разгледаме биекцията $\ulcorner - \urcorner : BIN \to \mathbb{N}$, която на $a_0a_1 \cdots a_n \in BIN$ съпоставя естественото число с двоичен запис $a_0a_1 \cdots a_n$, т.е.

$$\ulcorner a_0a_1 \cdots a_n \urcorner = a_0 2^n + a_1 2^{n-1} + \cdots + a_n 2^0.$$

Нека P е следната рекурсивна програма:

```
h(x,y) = g(x,y,f(y)), where
f(x) = if x<2 then 1
         else if xmod2 == 1 then f(x-1)
                else f(x/2)+1
g(x,y,z) = if y>0 then 1 + g(x,y-1,z)
             else if z>0 then 2.g(x,y,z-1)
                    else x
```

Да се докаже, че:

а) $(\forall \alpha, \beta \in BIN)[\ulcorner \alpha \urcorner > 0\ \&\ !\mathcal{D}_V(P)(\ulcorner \alpha \urcorner, \ulcorner \beta \urcorner) \Rightarrow \mathcal{D}_V(P)(\ulcorner \alpha \urcorner, \ulcorner \beta \urcorner) \simeq \ulcorner \alpha\beta \urcorner]$;

б) $\mathcal{D}_V(P)$ е тотална функция.

Зад. 3. (1.5 т.)Нека R е следната рекурсивна програма:

```
h(x,z) = f(x,2,z), where
f(x,y,z) = if z<x then 0
             else f(x,f(x+1,y,z+1),z-x)+1
```

а) Докажете, че $\mathcal{D}_V(R) \subsetneq \mathcal{D}_N(R)$;

б) Намерете $\mathcal{D}_N(R)$.

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
1					
Име:					

Писмен изпит по СЕП, 27/06/2019 г.

Зад. 1. (1.5 т.) Нека операторът $\Gamma : \mathcal{F}_1 \to \mathcal{F}_1$ е дефиниран по следния начин:

$$\Gamma(f)(x) \simeq \begin{cases} x/7, & \text{ако } x \equiv 0(mod7) \\ (x-1)/7, & \text{ако } x \equiv 1(mod7) \\ f(f(5x+4)), & \text{иначе .} \end{cases}$$

Да се докаже, че:

а) Γ е компактен оператор;

б) $(\forall x \in \mathbb{N})[\ !f_\Gamma(x) \implies f_\Gamma(x) \leqslant x/7]$, където f_Γ е най-малката неподвижна точка на Γ;

в) f_Γ не е тотална функция.

Зад. 2. (2 т.) Нека $BIN = \{0\} \cup \{1\} \cdot \{0,1\}^*$ и да разгледаме биекцията $\ulcorner - \urcorner : BIN \to \mathbb{N}$, която на $a_0a_1 \cdots a_n \in BIN$ съпоставя естественото число с двоичен запис $a_0a_1 \cdots a_n$, т.е.

$$\ulcorner a_0a_1 \cdots a_n \urcorner = a_0 2^n + a_1 2^{n-1} + \cdots + a_n 2^0.$$

Нека P е следната рекурсивна програма:

```
h(x,y) = f(x,y,g(y)), where
f(x,y,z) = if y>0 then 1 + f(x,y-1,z)
              else if z>0 then 2.f(x,y,z-1)
                     else x
g(y) = if y<2 then 1
         else if ymod2 == 1 then g(y-1)
                else g(y/2)+1
```

Да се докаже, че:

а) $(\forall \alpha, \beta \in BIN)[\ulcorner \alpha \urcorner > 0\ \&\ !\mathcal{D}_V(P)(\ulcorner \alpha \urcorner, \ulcorner \beta \urcorner) \Rightarrow \mathcal{D}_V(P)(\ulcorner \alpha \urcorner, \ulcorner \beta \urcorner) \simeq \ulcorner \alpha\beta \urcorner]$;

б) $\mathcal{D}_V(P)$ е тотална функция.

Зад. 3. (1.5 т.) Нека R е следната рекурсивна програма:

```
h(x,z) = f(x,1,z), where
f(x,y,z) = if x<z then 0
             else f(x-z,f(x+1,y,z+1),z)+1
```

а) Докажете, че $\mathcal{D}_V(R) \subsetneq \mathcal{D}_N(R)$;

б) Намерете $\mathcal{D}_N(R)$.

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
2					
Име:					

Писмен изпит по СЕП, 27/06/2019 г.

Зад. 1. (1.5 т.) Нека операторът $\Gamma : \mathcal{F}_1 \to \mathcal{F}_1$ е дефиниран по следния начин:

$$\Gamma(f)(x) \simeq \begin{cases} x/11, & \text{ако } x \equiv 0(mod11) \\ (x-1)/11, & \text{ако } x \equiv 1(mod11) \\ f(f(8x+6)), & \text{иначе .} \end{cases}$$

Да се докаже, че:

а) Γ е компактен оператор;

б) $(\forall x \in \mathbb{N})[\ !f_\Gamma(x) \implies f_\Gamma(x) \leqslant x/11]$, където f_Γ е най-малката неподвижна точка на Γ;

в) f_Γ не е тотална функция.

Зад. 2. (2 т.) Нека $BIN = \{0\} \cup \{1\} \cdot \{0,1\}^*$ и да разгледаме биекцията $\ulcorner - \urcorner : BIN \to \mathbb{N}$, която на $a_0a_1 \cdots a_n \in BIN$ съпоставя естественото число с двоичен запис $a_0a_1 \cdots a_n$, т.е.

$$\ulcorner a_0a_1 \cdots a_n \urcorner = a_0 2^n + a_1 2^{n-1} + \cdots + a_n 2^0.$$

Нека P е следната рекурсивна програма:

```
h(x,y) = g(x,y,f(y)), where
f(x) = if x<2 then 1
         else if xmod2 == 1 then f(x-1)
                else f(x/2)+1
g(x,y,z) = if y>0 then 1 + g(x,y-1,z)
             else if z>0 then 2.g(x,y,z-1)
                    else x
```

Да се докаже, че:

а) $(\forall \alpha, \beta \in BIN)[\ulcorner \alpha \urcorner > 0\ \&\ !\mathcal{D}_V(P)(\ulcorner \alpha \urcorner, \ulcorner \beta \urcorner) \Rightarrow \mathcal{D}_V(P)(\ulcorner \alpha \urcorner, \ulcorner \beta \urcorner) \simeq \ulcorner \alpha\beta \urcorner]$;

б) $\mathcal{D}_V(P)$ е тотална функция.

Зад. 3. (1.5 т.) Нека R е следната рекурсивна програма:

```
h(x,z) = f(x,2,z), where
f(x,y,z) = if z<x then 0
             else f(x,f(x+1,y,z+1),z-x)+1
```

а) Докажете, че $\mathcal{D}_V(R) \subsetneq \mathcal{D}_N(R)$;

б) Намерете $\mathcal{D}_N(R)$.