| вариант | ф. номер | група | поток | курс | специалност |
|---|---|---|---|---|---|
| **1** | | | | | |
| Име: | | | | | |

**Писмен изпит по СЕП, 31/08/2019 г.**

**Зад. 1.** (1.5 т.) Нека операторът $\Gamma : \mathcal{F}_1 \to \mathcal{F}_1$ е дефиниран по следния начин:

$$\Gamma(f)(x) \simeq \begin{cases} x/13, & \text{ако } x \equiv 0 (\text{mod } 13) \\ 0, & \text{ако } x \equiv 1 (\text{mod } 13) \vee x \equiv 2 (\text{mod } 13) \\ f(f(11x+6)), & \text{иначе .} \end{cases}$$

Да се докаже, че:

а) $\Gamma$ е компактен оператор;

б) $(\forall x \in \mathbb{N})[\ !f_\Gamma(x) \implies f_\Gamma(x) \leqslant x/13]$, където $f_\Gamma$ е най-малката неподвижна точка на $\Gamma$;

в) $f_\Gamma$ не е тотална функция.

**Зад. 2.** (1.5 т.) Нека $P$ е следната рекурсивна програма:

```
h(x) = f(x) where
f(x) = if x<2 then 0
         else f(g(x))+1
g(y) = if y<2 then 0
         else g(y-2)+1
```

Да се докаже, че:

а) $(\forall x \in \mathbb{N})[!\mathcal{D}_V(P)(x)\ \&\ \mathcal{D}_V(P)(x) > 0 \Rightarrow \mathcal{D}_V(P)(x) \simeq \lfloor \log_2 x \rfloor]$;

б) $\mathcal{D}_V(P)$ е тотална функция.

Да напомним, че за едно реално число $x$, $\lfloor x \rfloor = \max\{y \in \mathbb{N} \mid y \leq x\}$.

**Зад. 3.** (1.5 т.) Нека $R$ е следната рекурсивна програма:

```
h(x) = f(x,x) where
f(x,y) = if y mod 3 == 0 then y/3
           else f(f(x+3,3y-1),y-1)
```

а) Докажете, че $\mathcal{D}_V(R) \subsetneq \mathcal{D}_N(R)$;

б) Намерете $\mathcal{D}_N(R)$.

| вариант | ф. номер | група | поток | курс | специалност |
|---|---|---|---|---|---|
| **2** | | | | | |
| Име: | | | | | |

**Писмен изпит по СЕП, 31/08/2019 г.**

**Зад. 1.** (1.5 т.) Нека операторът $\Gamma : \mathcal{F}_1 \to \mathcal{F}_1$ е дефиниран по следния начин:

$$\Gamma(f)(x) \simeq \begin{cases} x/15, & \text{ако } x \equiv 0 (\text{mod } 15) \\ 0, & \text{ако } x \equiv 1 (\text{mod } 15) \vee x \equiv 2 (\text{mod } 15) \\ f(f(13x+6)), & \text{иначе .} \end{cases}$$

Да се докаже, че:

а) $\Gamma$ е компактен оператор;

б) $(\forall x \in \mathbb{N})[\ !f_\Gamma(x) \implies f_\Gamma(x) \leqslant x/15]$, където $f_\Gamma$ е най-малката неподвижна точка на $\Gamma$;

в) $f_\Gamma$ не е тотална функция.

**Зад. 2.** (1.5 т.) Нека $P$ е следната рекурсивна програма:

```
h(x) = f(x) where
f(x) = if x<2 then 0
         else f(g(x))+1
g(y) = if y<2 then y
         else g(y-2)+1
```

Да се докаже, че:

а) $(\forall x \in \mathbb{N})[!\mathcal{D}_V(P)(x)\ \&\ \mathcal{D}_V(P)(x) > 0 \Rightarrow \mathcal{D}_V(P)(x) \simeq \lceil \log_2 x \rceil]$;

б) $\mathcal{D}_V(P)$ е тотална функция.

Да напомним, че за едно реално число $x$, $\lceil x \rceil = \min\{y \in \mathbb{N} \mid y \geq x\}$.

**Зад. 3.** (1.5 т.) Нека $R$ е следната рекурсивна програма:

```
h(x) = f(x,x) where
f(x,y) = if y mod 3 == 0 then y/3
           else f(f(x+6,6y-1),y-1)
```

а) Докажете, че $\mathcal{D}_V(R) \subsetneq \mathcal{D}_N(R)$;

б) Намерете $\mathcal{D}_N(R)$.


| вариант | ф. номер | група | поток | курс | специалност |
|---|---|---|---|---|---|
| **1** | | | | | |
| Име: | | | | | |

**Писмен изпит по СЕП, 31/08/2019 г.**

**Зад. 1.** (1.5 т.) Нека операторът $\Gamma : \mathcal{F}_1 \to \mathcal{F}_1$ е дефиниран по следния начин:

$$\Gamma(f)(x) \simeq \begin{cases} x/13, & \text{ако } x \equiv 0 (\text{mod } 13) \\ 0, & \text{ако } x \equiv 1 (\text{mod } 13) \vee x \equiv 2 (\text{mod } 13) \\ f(f(11x+6)), & \text{иначе .} \end{cases}$$

Да се докаже, че:

а) $\Gamma$ е компактен оператор;

б) $(\forall x \in \mathbb{N})[\ !f_\Gamma(x) \implies f_\Gamma(x) \leqslant x/13]$, където $f_\Gamma$ е най-малката неподвижна точка на $\Gamma$;

в) $f_\Gamma$ не е тотална функция.

**Зад. 2.** (1.5 т.) Нека $P$ е следната рекурсивна програма:

```
h(x) = f(x) where
f(x) = if x<2 then 0
         else f(g(x))+1
g(y) = if y<2 then 0
         else g(y-2)+1
```

Да се докаже, че:

а) $(\forall x \in \mathbb{N})[!\mathcal{D}_V(P)(x)\ \&\ \mathcal{D}_V(P)(x) > 0 \Rightarrow \mathcal{D}_V(P)(x) \simeq \lfloor \log_2 x \rfloor]$;

б) $\mathcal{D}_V(P)$ е тотална функция.

Да напомним, че за едно реално число $x$, $\lfloor x \rfloor = \max\{y \in \mathbb{N} \mid y \leq x\}$.

**Зад. 3.** (1.5 т.) Нека $R$ е следната рекурсивна програма:

```
h(x) = f(x,x) where
f(x,y) = if y mod 3 == 0 then y/3
           else f(f(x+3,3y-1),y-1)
```

а) Докажете, че $\mathcal{D}_V(R) \subsetneq \mathcal{D}_N(R)$;

б) Намерете $\mathcal{D}_N(R)$.



| вариант | ф. номер | група | поток | курс | специалност |
|---|---|---|---|---|---|
| **2** | | | | | |
| Име: | | | | | |

**Писмен изпит по СЕП, 31/08/2019 г.**

**Зад. 1.** (1.5 т.) Нека операторът $\Gamma : \mathcal{F}_1 \to \mathcal{F}_1$ е дефиниран по следния начин:

$$\Gamma(f)(x) \simeq \begin{cases} x/15, & \text{ако } x \equiv 0 (\text{mod } 15) \\ 0, & \text{ако } x \equiv 1 (\text{mod } 15) \vee x \equiv 2 (\text{mod } 15) \\ f(f(13x+6)), & \text{иначе .} \end{cases}$$

Да се докаже, че:

а) $\Gamma$ е компактен оператор;

б) $(\forall x \in \mathbb{N})[\ !f_\Gamma(x) \implies f_\Gamma(x) \leqslant x/15]$, където $f_\Gamma$ е най-малката неподвижна точка на $\Gamma$;

в) $f_\Gamma$ не е тотална функция.

**Зад. 2.** (1.5 т.) Нека $P$ е следната рекурсивна програма:

```
h(x) = f(x) where
f(x) = if x<2 then 0
         else f(g(x))+1
g(y) = if y<2 then y
         else g(y-2)+1
```

Да се докаже, че:

а) $(\forall x \in \mathbb{N})[!\mathcal{D}_V(P)(x)\ \&\ \mathcal{D}_V(P)(x) > 0 \Rightarrow \mathcal{D}_V(P)(x) \simeq \lceil \log_2 x \rceil]$;

б) $\mathcal{D}_V(P)$ е тотална функция.

Да напомним, че за едно реално число $x$, $\lceil x \rceil = \min\{y \in \mathbb{N} \mid y \geq x\}$.

**Зад. 3.** (1.5 т.) Нека $R$ е следната рекурсивна програма:

```
h(x) = f(x,x) where
f(x,y) = if y mod 3 == 0 then y/3
           else f(f(x+6,6y-1),y-1)
```

а) Докажете, че $\mathcal{D}_V(R) \subsetneq \mathcal{D}_N(R)$;

б) Намерете $\mathcal{D}_N(R)$.