вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
A					
Име:					

Устен изпит по СЕП, спец. Информатика, 25.07.2020

Зад. 1. Нека $\Gamma\colon \mathcal{F}_1 \to \mathcal{F}_1$ и $\Delta\colon \mathcal{F}_1 \to \mathcal{F}_1$ са следните оператори:

$$\Gamma(f)(x) \simeq \begin{cases} 0, & \text{ако } x = 0 \\ x.f(x-1), & \text{иначе.} \end{cases} \quad \text{и} \quad \Delta(f) = f \circ f.$$

а) Определете операторите $\Gamma \circ \Delta$ и $\Delta \circ \Delta$.
б) Намерете явния вид на функциите $\Gamma(f)$, $(\Gamma\circ\Delta)(f)$ и $(\Delta\circ\Delta)(f)$, където $f(x) = x + 1$ за всяко $x \in \mathbb{N}$.

Зад. 2. а) Определете дали следната функция $f\colon\ \mathbb{N}^2_\perp \to \mathbb{N}_\perp$:

$$f(x,y) = \begin{cases} 0, & \text{ако } x = 0 \\ x.y, & \text{ако } x > 0\ \&\ y \geq 0 \\ \perp, & \text{в останалите случаи} \end{cases}$$

е точна, монотонна или непрекъсната. Обосновете се.
б) Нека f, g_1 и g_2 са функции от $\mathcal{F}_2^\perp$. Вярно ли е, че:
– ако f, g_1 и g_2 са точни функции, то и $f(g_1, g_2)$ е точна;
– ако f, g_1 и g_2 са монотонни, то и $f(g_1, g_2)$ е монотонна?
Обосновете отговорите си.

Зад. 3. Нека $(A, \leqslant, a_0)$ и $(B, \leqslant', b_0)$ са ОС, а $f : A \to B$ е сюрективно изображение, такова че за всички $a_1, a_2 \in A$:

$$a_1 \leqslant a_2 \implies f(a_1) \leqslant' f(a_2).$$

Докажете, че:
а) $f(a_0) = b_0$.
б) Ако редицата $\{a_n\}_n$ е монотонно растяща в A, то редицата $\{f(a_n)\}_n$ е монотонно растяща в B.
в) За всяка монотонно растяща редица $\{a_n\}_n$ в A е изпълнено:

$$\underset{n}{lub}'\, f(a_n) \ \leqslant' f(\underset{n}{lub}\ a_n),$$

където с lub и lub' са означени т.г.гр. в A и B, съответно.
г) Дайте пример за ОС, за които $\underset{n}{lub}'\, f(a_n) \ \neq f(\underset{n}{lub}\ a_n)$.

Зад. 4. Нека $\Gamma : \mathcal{F}_1 \to \mathcal{F}_1$ е непрекъснат оператор. Докажете, че за всяко $n \geq 1$ са еквивалентни условията:
(1) $f \in \mathcal{F}_1$ е най-малката функция със свойството $\Gamma(f) \subseteq f$;
(2) $f \in \mathcal{F}_1$ е най-малката функция със свойството $\Gamma^n(f) \subseteq f$.

Пожелаваме ви успех ☺.

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
B					
Име:					

Устен изпит по СЕП, спец. Информатика, 25.07.2020

Зад. 1. Нека $\Gamma\colon \mathcal{F}_1 \to \mathcal{F}_1$ и $\Delta\colon \mathcal{F}_1 \to \mathcal{F}_1$ са следните оператори:

$$\Gamma(f)(x) \simeq \begin{cases} 0, & \text{ако } x = 0 \\ f(x-1)+2, & \text{иначе.} \end{cases} \quad \text{и} \quad \Delta(f) = f \circ f.$$

а) Определете операторите $\Gamma \circ \Delta$ и $\Delta \circ \Delta$.
б) Намерете явния вид на функциите $\Gamma(f)$, $(\Gamma\circ\Delta)(f)$ и $(\Delta\circ\Delta)(f)$, където $f(x) = 2x$ за всяко $x \in \mathbb{N}$.

Зад. 2. а) Определете дали следната функция $f\colon\ \mathbb{N}^2_\perp \to \mathbb{N}_\perp$:

$$f(x,y) = \begin{cases} y, & \text{ако } x = 0 \\ x+y, & \text{ако } x > 0\ \&\ y \geq 0 \\ \perp, & \text{в останалите случаи} \end{cases}$$

е точна, монотонна или непрекъсната. Обосновете се.
б) Нека $f \in \mathcal{F}_3^\perp$, а g_1, g_2 и g_3 са функции от $\mathcal{F}_2^\perp$. Вярно ли е, че:
– ако f, g_1, g_2 и g_3 са точни функции, то и $f(g_1, g_2, g_3)$ е точна;
– ако f, g_1, g_2 и g_3 са монотонни, то и $f(g_1, g_2, g_3)$ е монотонна?
Обосновете отговорите си.

Зад. 3. Нека $(X, \leqslant, x_0)$ и $(Y, \leqslant', y_0)$ са ОС, а $h : X \to Y$ е сюрективно изображение, такова че за всички $x_1, x_2 \in X$:

$$x_1 \leqslant x_2 \implies h(x_1) \leqslant' h(x_2).$$

Докажете, че:
а) $h(x_0) = y_0$.
б) Ако редицата $\{x_n\}_n$ е монотонно растяща в X, то редицата $\{h(x_n)\}_n$ е монотонно растяща в Y.
в) За всяка монотонно растяща редица $\{x_n\}_n$ в X е изпълнено:

$$\underset{n}{lub}'\, h(x_n) \ \leqslant' h(\underset{n}{lub}\ x_n),$$

където с lub и lub' са означени т.г.гр. в X и Y, съответно.
г) Дайте пример за ОС, за които $\underset{n}{lub}'\, h(x_n) \ \neq h(\underset{n}{lub}\ x_n)$.

Зад. 4. Нека $\Gamma : \mathcal{F}_1 \to \mathcal{F}_1$ е непрекъснат оператор. Докажете, че за всяко $n \geq 1$ са еквивалентни условията:
(1) $f \in \mathcal{F}_1$ е най-малката функция със свойството $\Gamma(f) \subseteq f$;
(2) $f \in \mathcal{F}_1$ е най-малката функция със свойството $\Gamma^n(f) \subseteq f$.

Пожелаваме ви успех ☺.