вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
Име:					

Устен изпит по СЕП, спец. Информатика, 09.07.2021

Зад. 1. Нека $\mathcal{F}_1 = \{f \mid f\colon \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{N}\}$, а $\Gamma\colon \mathcal{F}_1 \longrightarrow \mathcal{F}_1$ и $\Delta\colon \mathcal{F}_1 \longrightarrow \mathcal{F}_1$ са произволни оператори.

а) **(3 т.)** Дайте определение за монотонност и компактност на оператора Γ.

б) **(5 т.)** Докажете, че всеки компактен оператор Γ е монотонен.

в) **(7 т.)** Ако за компактните оператори Γ и Δ е изпълнено:

$$\Gamma(\theta) = \Delta(\theta)$$

за всяка крайна функция $\theta \in \mathcal{F}_1$, докажете, че $\Gamma = \Delta$.

г) **(10 т.)** Докажете, че ако Γ и Δ са компактни, то и операторът $\Psi = \lambda f.\Gamma(\Delta(f))$ е компактен.

Зад. 2. а) **(3 т.)** Дайте определение за област на Скот.

Нека $(A,\ \leqslant_1,\ a_0)$ и $(B,\ \leqslant_2,\ b_0)$ са области на Скот.

б) **(7 т.)** Определете покомпонентната наредба $\leqslant$ в декартовото произведение $A \times B$ и докажете, че тя е частична наредба.

в) **(10 т.)** Докажете, че наредената тройка $(A \times B,\ \leqslant,\ (a_0, b_0))$ е област на Скот.

Зад. 3. В областта на Скот $\boldsymbol{\mathcal{F}_1^\perp} = (\mathcal{F}_1^\perp,\ \sqsubseteq,\ \Omega^{(1)})$:

а) **(7 т.)** Дефинирайте точна горна граница $\bigsqcup f_n$ на монотонно растяща редица $f_0 \sqsubseteq f_1 \sqsubseteq \ldots$ и докажете, че ако $g = \bigsqcup f_n$, то за всяко $x \in \mathbb{N}_\perp$ и $y \in \mathbb{N}$:

$$g(x) = y \iff \exists n\ f_n(x) = y.$$

б) **(3 т.)** Дайте определение за непрекъснатост на свойство в $\mathcal{F}_1^\perp$.

в) **(5 т.)** Нека $I(x)$ и $O(x, y)$ са предикати в $\mathbb{N}$. Докажете, че е непрекъснато свойството

$$P(f) \iff \forall x \in \mathbb{N}\ (I(x)\ \&\ f(x) \neq \perp \implies O(x, f(x))).$$

г) **(10 т.)** Нека $\Gamma\colon \mathcal{F}_1^\perp \longrightarrow \mathcal{F}_1^\perp$ е непрекъснат оператор. Вярно ли е, че е непрекъснато свойството

$$Q(f) \iff f \text{ е преднеподвижна точка на } \Gamma?$$

(Тук, разбира се, се очаква отговорът да е аргументиран.)

Успех! :)

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
Име:					

Устен изпит по СЕП, спец. Информатика, 09.07.2021

Зад. 1. Нека $\mathcal{F}_1 = \{f \mid f\colon \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{N}\}$, а $\Gamma\colon \mathcal{F}_1 \longrightarrow \mathcal{F}_1$ и $\Delta\colon \mathcal{F}_1 \longrightarrow \mathcal{F}_1$ са произволни оператори.

а) **(3 т.)** Дайте определение за монотонност и компактност на оператора Γ.

б) **(5 т.)** Докажете, че всеки компактен оператор Γ е монотонен.

в) **(7 т.)** Ако за компактните оператори Γ и Δ е изпълнено:

$$\Gamma(\theta) = \Delta(\theta)$$

за всяка крайна функция $\theta \in \mathcal{F}_1$, докажете, че $\Gamma = \Delta$.

г) **(10 т.)** Докажете, че ако Γ и Δ са компактни, то и операторът $\Psi = \lambda f.\Gamma(\Delta(f))$ е компактен.

Зад. 2. а) **(3 т.)** Дайте определение за област на Скот.

Нека $(A,\ \leqslant_1,\ a_0)$ и $(B,\ \leqslant_2,\ b_0)$ са области на Скот.

б) **(7 т.)** Определете покомпонентната наредба $\leqslant$ в декартовото произведение $A \times B$ и докажете, че тя е частична наредба.

в) **(10 т.)** Докажете, че наредената тройка $(A \times B,\ \leqslant,\ (a_0, b_0))$ е област на Скот.

Зад. 3. В областта на Скот $\boldsymbol{\mathcal{F}_1^\perp} = (\mathcal{F}_1^\perp,\ \sqsubseteq,\ \Omega^{(1)})$:

а) **(7 т.)** Дефинирайте точна горна граница $\bigsqcup f_n$ на монотонно растяща редица $f_0 \sqsubseteq f_1 \sqsubseteq \ldots$ и докажете, че ако $g = \bigsqcup f_n$, то за всяко $x \in \mathbb{N}_\perp$ и $y \in \mathbb{N}$:

$$g(x) = y \iff \exists n\ f_n(x) = y.$$

б) **(3 т.)** Дайте определение за непрекъснатост на свойство в $\mathcal{F}_1^\perp$.

в) **(5 т.)** Нека $I(x)$ и $O(x, y)$ са предикати в $\mathbb{N}$. Докажете, че е непрекъснато свойството

$$P(f) \iff \forall x \in \mathbb{N}\ (I(x)\ \&\ f(x) \neq \perp \implies O(x, f(x))).$$

г) **(10 т.)** Нека $\Gamma\colon \mathcal{F}_1^\perp \longrightarrow \mathcal{F}_1^\perp$ е непрекъснат оператор. Вярно ли е, че е непрекъснато свойството

$$Q(f) \iff f \text{ е преднеподвижна точка на } \Gamma?$$

(Тук, разбира се, се очаква отговорът да е аргументиран.)

Успех! :)

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
Име:					

Устен изпит по СЕП, спец. Информатика, 09.07.2021

Зад. 1. Нека $\mathcal{F}_1 = \{f \mid f\colon \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{N}\}$, а $\Gamma\colon \mathcal{F}_1 \longrightarrow \mathcal{F}_1$ и $\Delta\colon \mathcal{F}_1 \longrightarrow \mathcal{F}_1$ са произволни оператори.

а) **(3 т.)** Дайте определение за монотонност и компактност на оператора Γ.

б) **(5 т.)** Докажете, че всеки компактен оператор Γ е монотонен.

в) **(7 т.)** Ако за компактните оператори Γ и Δ е изпълнено:

$$\Gamma(\theta) = \Delta(\theta)$$

за всяка крайна функция $\theta \in \mathcal{F}_1$, докажете, че $\Gamma = \Delta$.

г) **(10 т.)** Докажете, че ако Γ и Δ са компактни, то и операторът $\Psi = \lambda f.\Gamma(\Delta(f))$ е компактен.

Зад. 2. а) **(3 т.)** Дайте определение за област на Скот.

Нека $(A,\ \leqslant_1,\ a_0)$ и $(B,\ \leqslant_2,\ b_0)$ са области на Скот.

б) **(7 т.)** Определете покомпонентната наредба $\leqslant$ в декартовото произведение $A \times B$ и докажете, че тя е частична наредба.

в) **(10 т.)** Докажете, че наредената тройка $(A \times B,\ \leqslant,\ (a_0, b_0))$ е област на Скот.

Зад. 3. В областта на Скот $\boldsymbol{\mathcal{F}_1^\perp} = (\mathcal{F}_1^\perp,\ \sqsubseteq,\ \Omega^{(1)})$:

а) **(7 т.)** Дефинирайте точна горна граница $\bigsqcup f_n$ на монотонно растяща редица $f_0 \sqsubseteq f_1 \sqsubseteq \ldots$ и докажете, че ако $g = \bigsqcup f_n$, то за всяко $x \in \mathbb{N}_\perp$ и $y \in \mathbb{N}$:

$$g(x) = y \iff \exists n\ f_n(x) = y.$$

б) **(3 т.)** Дайте определение за непрекъснатост на свойство в $\mathcal{F}_1^\perp$.

в) **(5 т.)** Нека $I(x)$ и $O(x, y)$ са предикати в $\mathbb{N}$. Докажете, че е непрекъснато свойството

$$P(f) \iff \forall x \in \mathbb{N}\ (I(x)\ \&\ f(x) \neq \perp \implies O(x, f(x))).$$

г) **(10 т.)** Нека $\Gamma\colon \mathcal{F}_1^\perp \longrightarrow \mathcal{F}_1^\perp$ е непрекъснат оператор. Вярно ли е, че е непрекъснато свойството

$$Q(f) \iff f \text{ е преднеподвижна точка на } \Gamma?$$

(Тук, разбира се, се очаква отговорът да е аргументиран.)

Успех! :)

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
Име:					

Устен изпит по СЕП, спец. Информатика, 09.07.2021

Зад. 1. Нека $\mathcal{F}_1 = \{f \mid f\colon \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{N}\}$, а $\Gamma\colon \mathcal{F}_1 \longrightarrow \mathcal{F}_1$ и $\Delta\colon \mathcal{F}_1 \longrightarrow \mathcal{F}_1$ са произволни оператори.

а) **(3 т.)** Дайте определение за монотонност и компактност на оператора Γ.

б) **(5 т.)** Докажете, че всеки компактен оператор Γ е монотонен.

в) **(7 т.)** Ако за компактните оператори Γ и Δ е изпълнено:

$$\Gamma(\theta) = \Delta(\theta)$$

за всяка крайна функция $\theta \in \mathcal{F}_1$, докажете, че $\Gamma = \Delta$.

г) **(10 т.)** Докажете, че ако Γ и Δ са компактни, то и операторът $\Psi = \lambda f.\Gamma(\Delta(f))$ е компактен.

Зад. 2. а) **(3 т.)** Дайте определение за област на Скот.

Нека $(A,\ \leqslant_1,\ a_0)$ и $(B,\ \leqslant_2,\ b_0)$ са области на Скот.

б) **(7 т.)** Определете покомпонентната наредба $\leqslant$ в декартовото произведение $A \times B$ и докажете, че тя е частична наредба.

в) **(10 т.)** Докажете, че наредената тройка $(A \times B,\ \leqslant,\ (a_0, b_0))$ е област на Скот.

Зад. 3. В областта на Скот $\boldsymbol{\mathcal{F}_1^\perp} = (\mathcal{F}_1^\perp,\ \sqsubseteq,\ \Omega^{(1)})$:

а) **(7 т.)** Дефинирайте точна горна граница $\bigsqcup f_n$ на монотонно растяща редица $f_0 \sqsubseteq f_1 \sqsubseteq \ldots$ и докажете, че ако $g = \bigsqcup f_n$, то за всяко $x \in \mathbb{N}_\perp$ и $y \in \mathbb{N}$:

$$g(x) = y \iff \exists n\ f_n(x) = y.$$

б) **(3 т.)** Дайте определение за непрекъснатост на свойство в $\mathcal{F}_1^\perp$.

в) **(5 т.)** Нека $I(x)$ и $O(x, y)$ са предикати в $\mathbb{N}$. Докажете, че е непрекъснато свойството

$$P(f) \iff \forall x \in \mathbb{N}\ (I(x)\ \&\ f(x) \neq \perp \implies O(x, f(x))).$$

г) **(10 т.)** Нека $\Gamma\colon \mathcal{F}_1^\perp \longrightarrow \mathcal{F}_1^\perp$ е непрекъснат оператор. Вярно ли е, че е непрекъснато свойството

$$Q(f) \iff f \text{ е преднеподвижна точка на } \Gamma?$$

(Тук, разбира се, се очаква отговорът да е аргументиран.)

Успех! :)