Устен изпит по СЕП, спец. Информатика, 03.07.2023

Зад. 1. а) Дайте определение за неподвижна точка и за най-малка неподвижна точка на оператор $\Gamma\colon \mathcal{F}_1 \longrightarrow \mathcal{F}_1$.

б) На кои от изброените по-долу оператори функцията 2^x е неподвижна точка. А на кои е най-малката неподвижна точка? Обосновете се.

$\Gamma_1(f)(x) \simeq 2^x$;

$\Gamma_2(f)(x) \simeq if\ x = 0\ then\ 1\ else\ 2.f(x-1)$;

$\Gamma_3(f)(x) \simeq if\ x = 0\ then\ 1\ else\ \lfloor \frac{f(x+1)}{2} \rfloor$;

$\Gamma_4(f)(x) \simeq if\ x\ mod\ 2\ = 0\ then\ (f(\frac{x}{2}))^2\ else\ 2.(f(\frac{x-1}{2}))^2$.

Зад. 2. а) Дайте определение за непрекъснатост на оператор $\Gamma\colon\ \mathcal{F}_2 \longrightarrow \mathcal{F}_2$.

б) Формулирайте и докажете теоремата на Кнастер-Тарски за областта на Скот $(\mathcal{F}_2,\ \subseteq,\ \emptyset^{(2)})$.

Зад. 3. Нека R е следната програма:

$F(X,Y)$ $\quad$ `where`

$F(X,Y)\ =\ \texttt{if}\quad X < Y\quad \texttt{then}\ X\quad \texttt{else}\ F(X \dot{-} Y, Y)$

а) Напишете правилата за извод от *тази програма* R на опростяването $\mu \to c$.

б) Дефинирайте операционната семантика по стойност на *тази програма* R.

Зад. 4. а) Дефинирайте плоската област на Скот с носител $Z_\perp$ (Z е множеството на целите числа).

б) Дайте определение за точна и за монотонна функция $f\colon Z_\perp^2 \longrightarrow Z_\perp$.

в) Нека $f : Z_\perp \longrightarrow Z_\perp$ е монотонна функция. Докажете, че тя или е точна, или съществува $y \in Z$, такова че

$$f(x) = y \quad \text{за всяко } x \in Z_\perp.$$

Приятна работа и успех! ☺